

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY
UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Pierre BAREYRE

PREMIÈRE THÈSE

Analyse en ondes partielles de la diffusion élastique méson π - nucléon
au-dessous de 1,6 GeV

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 26 juin 1968 devant la Commission d'examen

MM. BERTHELOT

Président

MEYER
VALLADAS }

Examineurs

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY
UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Pierre BAREYRE

PREMIÈRE THÈSE

Analyse en ondes partielles de la diffusion élastique méson π - nucléon
au-dessous de 1,6 GeV

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 26 juin 1968 devant la Commission d'examen

MM. BERTHELOT

Président

MEYER
VALLADAS }

Examineurs



Le présent travail a été réalisé au Département de Physique des Particules Elémentaires de Saclay sous la direction de Monsieur le Professeur A. BERTHELOT, auquel j'exprime ma gratitude pour l'accueil qu'il m'a réservé dans son département, pour son enseignement et pour la confiance qu'il a témoignée à notre égard.

Je voudrais tout particulièrement remercier mes amis qui sont étroitement associés à ce travail :

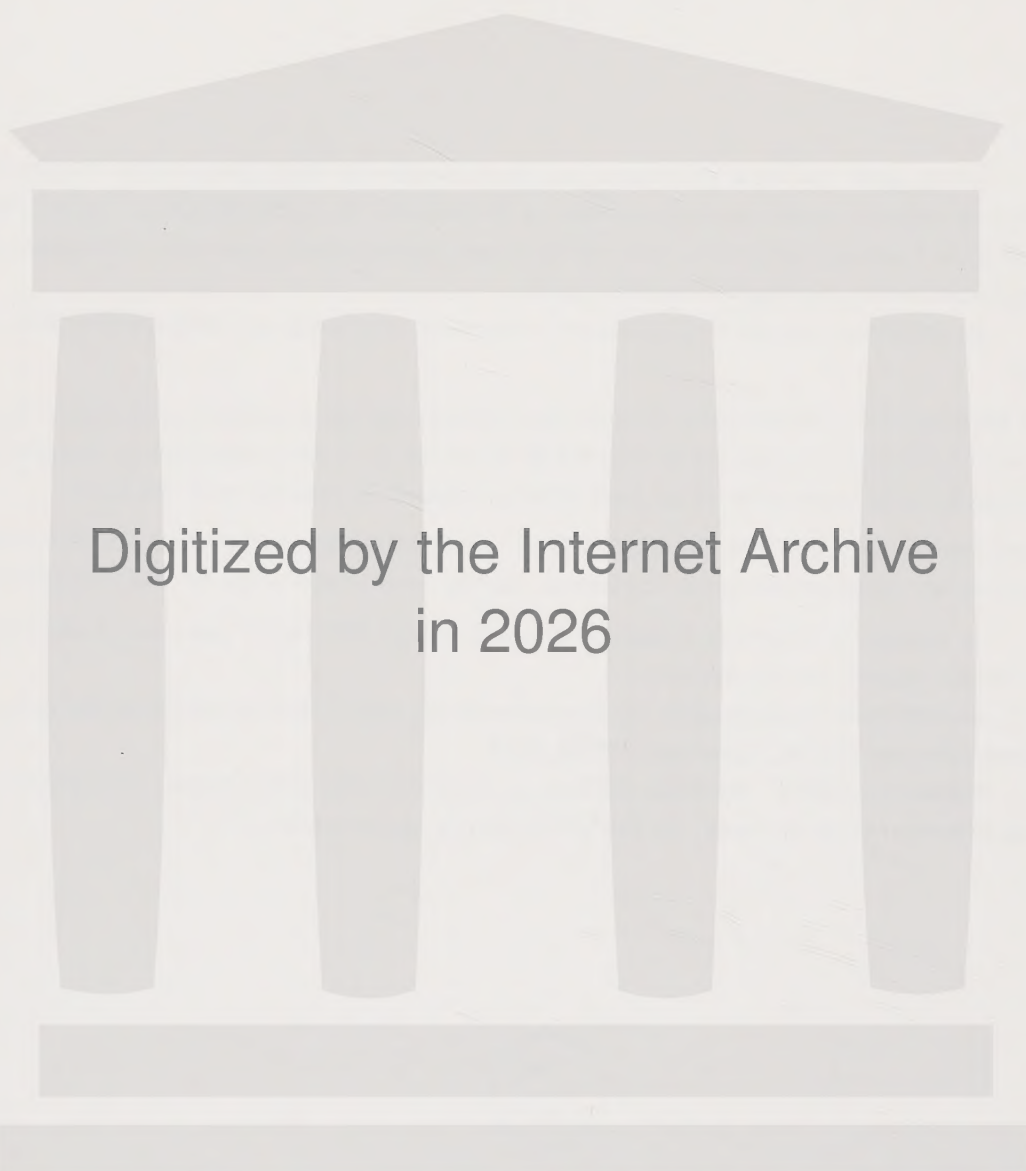
- Monsieur Georges VALLADAS est à la base des travaux qui ont conduit à la présente analyse. Je lui suis profondément reconnaissant du rôle qu'il a tenu ; il est l'expression des qualités de coeur et d'esprit qu'un jeune chercheur peut avoir la chance de trouver chez un aîné.

- Messieurs Claude BRICMAN et Gérard VILLET ont intimement participé au travail présenté ici, dans un climat toujours amical et fructueux. Qu'ils soient persuadés de ma reconnaissance.

Je remercie vivement Monsieur Jean-François DETOEUF pour ses remarques pertinentes lors de la lecture du manuscrit.

Je remercie le personnel du Département de Calcul Electronique de Saclay pour les facilités accordées auprès de l'ordinateur IBM 7094.

Madame LEBEY, Madame PEGUY et Mademoiselle DURAND se sont aimablement chargées de la préparation du texte. Je les en remercie sincèrement.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554022_0037

SOMMAIRE

	Pages
I - INTRODUCTION	7
II - L'ANALYSE EN DEPHASAGES : généralités, description des méthodes	9
III - DONNEES EXPERIMENTALES	17
IV - METHODE ET RESULTATS DE L'ANALYSE EN DEPHASAGES	21
V - RESONANCES DANS LA DIFFUSION π - NUCLEON . DISCUSSION DES RESULTATS	25
VI - CONCLUSION	35
Appendice I : Développement en ondes partielles de la diffusion élastique π -nucléon. Expression des grandeurs mesurables en fonction des amplitudes partielles.	37
Appendice II : Paramètres des états résonnants	43
REFERENCES	47
TABLEAUX	54
FIGURES	63

I - INTRODUCTION

Au cours des toutes dernières années, le nombre des résonances baryoniques connues s'est beaucoup accru. Ces résonances peuvent être considérées comme des états excités du nucléon, par analogie avec les niveaux excités des noyaux. Leur connaissance complète et la détermination de leurs nombres quantiques constituent une recherche indispensable pour préciser les symétries auxquelles obéissent les particules élémentaires et pour mieux connaître la structure du nucléon.

La diffusion élastique méson π - nucléon permet la formation d'états baryoniques d'isospin 1/2 ou 3/2 et d'étrangeté nulle. Elle est un outil puissant pour leur étude par le fait que des faisceaux intenses de mésons π et des cibles de protons polarisés sont maintenant disponibles.

La première résonance baryonique a été découverte en 1953 à partir de mesures des sections efficaces totales et de distributions angulaires élastiques π - nucléon réalisées auprès de synchrocyclotrons [1]. Elle constitue l'effet saillant de l'interaction π - nucléon à basse énergie. Quelques années plus tard, deux nouveaux maximums ont été mis en évidence à des énergies plus élevées ($T_\pi \simeq 600$ et 900 MeV) par des mesures de sections efficaces totales de photoproduction d'un π^0 et de diffusion $\pi^\pm p$ faites auprès de synchrotrons à protons [2]. L'existence de ces effets a suscité alors la mesure, à plusieurs énergies, de distributions angulaires de la diffusion élastique [3] dont les résultats ont été interprétés d'après l'hypothèse qu'une onde de spin et de parité bien définis est dominante à l'énergie de chacun des maximums de la section efficace totale [4], [5]. Les nombres quantiques $D_{13}^{(*)}$ et F_{15} ont été alors associés aux maximums de 600 et 900 MeV.

Parallèlement, vers les années 1955, des analyses en déphasages de la diffusion élastique π - nucléon se poursuivaient en dessous de 300 MeV en utilisant les mesures de distributions angulaires élastiques et d'échange de charge. La première analyse fondée sur un ensemble de mesures précises et assez complètes (distributions angulaires et polarisations du nucléon de recul), et sur l'emploi d'un ordinateur de bonne capacité a été réalisée à Berkeley, à l'énergie de 310 MeV, entre 1961 et 1964 [6]. Malgré la qualité des données expérimentales, l'analyse qui incluait les ondes F n'a pas abouti à une solution unique. Ce résultat avait alors semé des doutes [6] sur la capacité des analyses en déphasages de constituer le point de rencontre entre les

*) La lettre représente les notations spectroscopiques : S, P, D, F, G, ... pour le moment orbital $\ell = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ et les deux indices sont respectivement deux fois l'isospin total et deux fois le moment angulaire total.

résultats expérimentaux et la théorie, d'autant plus que les analyses aux énergies supérieures étaient supposées être plus difficiles en raison de l'apparition de la diffusion inélastique qui double le nombre de paramètres (les déphasages devenant complexes).

Ces doutes n'ont pas subsisté par la suite. Une analyse en déphasages développée à Saclay aux énergies de 410 et 490 MeV [7], à partir de mesures précises de la polarisation du proton de recul dans les diffusions $\pi^\pm p$, a montré que, malgré la multiplication par 2 du nombre de paramètres, il ne subsistait que deux solutions possibles à chaque énergie et qu'en plus, la continuité des déphasages avec l'énergie permettait d'isoler une solution unique jusqu'à 500 MeV.

Une série de mesures précises de distributions angulaires élastiques et de polarisation ont été effectuées à Nimrod dès 1964 [8] ; elles ont permis à plusieurs groupes (cf. tableau I) de poursuivre des analyses en déphasages jusqu'à des masses du système π - nucléon égales à $2 \text{ GeV}/c^2$.

Ces analyses sont maintenant en accord substantiel ; elles ont dévoilé un nombre important de résonances que les techniques antérieures n'avaient pas décelées en déterminant les aspects principaux du comportement des déphasages.

Les méthodes d'analyse utilisées se séparent en deux groupes suivant que les données expérimentales sont traitées énergie par énergie, ou toutes à la fois. Un résumé de ces méthodes, ainsi que leurs avantages et inconvénients comparés font l'objet du chapitre II du présent travail. Celui-ci se poursuit par une étude critique des résultats expérimentaux (environ 2200 points), en tant que matériau de l'analyse en déphasages projetée (chapitre III). La méthode de l'analyse et ses résultats sont présentés dans le chapitre IV. La solution obtenue est statistiquement en accord avec les données expérimentales, tout en assurant une bonne continuité des déphasages avec l'énergie. Il est montré dans le même chapitre que les effets observés dans les différentes ondes partielles sont requis par les données expérimentales, c'est-à-dire qu'un "lissage" quelconque des déphasages détériore fortement l'ajustement des grandeurs mesurées.

Dans le chapitre V, les résultats sont comparés à ceux des analyses récentes et les effets physiques les plus probables sont discutés de façon phénoménologique.

II - L'ANALYSE EN DEPHASAGES : GÉNÉRALITÉS, DESCRIPTION DES MÉTHODES

En l'absence d'une théorie complète de la diffusion pion-nucléon, les deux amplitudes complexes $A(s,t)$ et $B(s,t)$ (cf. Appendice I) qui décrivent l'interaction dans un état donné d'isospin sont des fonctions qu'il faut déduire de l'expérience. Il est commode de les développer selon les états propres du moment angulaire total et d'exprimer ainsi la diffusion dans chacun de ces états par des déphasages. Ceux-ci sont reliés aux grandeurs observables par un formalisme résumé dans l'Appendice I. La détermination des déphasages à partir des données expérimentales est l'objet des analyses en déphasages.

Les grandeurs accessibles à l'expérience sont les sections efficaces totales, les distributions angulaires $\sigma(\theta)$, les polarisations du nucléon de recul $P(\theta)$ et les paramètres de rotation $R(\theta)$ et $A(\theta)$. Elles s'expriment (cf. Appendice I) en fonction des amplitudes familières $f(\theta)$ et $g(\theta)$ par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\theta) = \chi \sum_{j=\frac{1}{2}}^{\infty} (j + \frac{1}{2}) \left[a_{j-} P_{j-\frac{1}{2}}(\cos \theta) + a_{j+} P_{j+\frac{1}{2}}(\cos \theta) \right] \\ g(\theta) = \chi \sum_{j=\frac{1}{2}}^{\infty} \left[a_{j-} P_{j-\frac{1}{2}}^1(\cos \theta) - a_{j+} P_{j+\frac{1}{2}}^1(\cos \theta) \right] \end{array} \right.$$

où $a_{j\pm}$ sont les amplitudes partielles pour les états du moment angulaire total $j = \ell \mp \frac{1}{2}$:

$$a_{j\pm} = \frac{1}{2i} \left[\rho_{j\pm} e^{2i\delta_{j\pm}} - 1 \right]$$

δ est le déphasage et ρ le paramètre d'inélasticité. $P(\cos \theta)$ et $P_{\ell}^m(\cos \theta)$ sont respectivement les polynômes et les polynômes associés de Legendre.

En général, il existe plusieurs solutions et certaines correspondent à des ambiguïtés intrinsèques relatives aux transformations suivantes [9] :

1. $a^* \leftrightarrow -a$ (équivalente à $\delta \rightarrow -\delta$, $\rho \rightarrow \rho$) qui laisse σ , R et A inchangés, alors qu'elle inverse le signe de P . C'est l'ambiguïté de signe bien connue qui, en l'absence de mesures de polarisation, fut levée à basse énergie par le signe de l'interférence entre les diffusions coulombienne et nucléaire.

$$2. \quad a_{j-} \leftrightarrow a_{j+} \quad (\delta_{j-} \leftrightarrow \delta_{j+} \text{ et } \rho_{j-} \leftrightarrow \rho_{j+})$$

qui laisse σ et R inchangés et inverse le signe de P et A . C'est l'ambiguïté de Minami.

$$3. \quad a_{j-}^* \leftrightarrow -a_{j+} \quad (\delta_{j-} \rightarrow -\delta_{j+} \text{ et } \rho_{j-} \rightarrow \rho_{j+})$$

qui conserve σ , P et R et inverse le signe de A .

A l'exception des paramètres R et A , chacune des grandeurs expérimentales a été mesurée ; il reste en principe à lever l'ambiguïté 3.) .

Il est pratique de choisir comme paramètres ajustables les déphasages eux-mêmes. Le seul problème revient alors à fixer le nombre total de paramètres, c'est-à-dire d'arrêter les sommations sur ℓ (moment orbital) dans les expressions de $f(\theta)$ et $g(\theta)$ à un ordre maximal $\ell_{\max}$. La méthode statistique de l'ajustement optimal permet de déterminer $\ell_{\max}$ qui est en général proche de l'estimation donnée par l'argument semi-classique du paramètre d'impact. Celui-ci revient à supposer que les moments orbitaux élevés qui correspondent à la partie périphérique de la collision ont un effet négligeable sur la diffusion. Le nombre de paramètres nécessaires à chaque énergie est alors égal à $2 \times 2 (2 \ell_{\max} + 1)$. Le facteur 2×2 provient des deux états d'isospin du système π -nucléon et du fait que les déphasages deviennent complexes en présence de la diffusion inélastique.

Pour chaque état de charge du système π -nucléon, les distributions angulaires de diffusion élastique et de polarisation du nucléon de recul fournissent respectivement $(2 \ell_{\max} + 1)$ et $(2 \ell_{\max})$ relations indépendantes. La section efficace inélastique et la section efficace totale en donnent deux (cf. Appendice I). Le plus souvent, les sections efficaces et les polarisations sont disponibles pour les états finals $\pi^\pm p$ ainsi que la distribution angulaire d'échange de charge, ce qui donne au total $3(2 \ell_{\max} + 1) + 2(2 \ell_{\max}) + 4 = 5(2 \ell_{\max} + 1) + 2$ relations indépendantes pour $4(2 \ell_{\max} + 1)$ paramètres. En fait, il sera montré dans le chapitre suivant que, par suite des erreurs expérimentales et des restrictions des domaines angulaires mesurés, le nombre de relations pratiquement utiles est moins élevé. De plus, il subsiste l'ambiguïté intrinsèque vue précédemment.

Dans le présent travail, la méthode d'analyse employée traite indépendamment chaque énergie et recherche ensuite une solution d'ensemble continue avec l'énergie.

Les autres méthodes cherchent à exprimer la variation des déphasages avec l'énergie par des fonctions qui contiennent des paramètres arbitraires. La détermination de ceux-ci impose de traiter simultanément toutes les énergies. La paramétrisation*) la plus simple combine une formule de BREIT-WIGNER [10] (Appendice II) pour les ondes supposées résonnantes et des développements en puissances de l'impulsion pour les autres ondes, ou bien pour le fond dans les ondes résonnantes [11] :

$$\operatorname{tg} \delta_{\ell}^{\pm} = q^{2\ell+1} \sum_{n=0}^{\ell_{\max}-\ell} (\alpha_{\ell}^{\pm})_n \cdot q^n$$

*) Par la suite, le terme "paramétrisation" sera donné aux différentes fonctions qui assurent une variation avec l'énergie des déphasages.

$$\text{ou bien } \left\{ \begin{array}{l} \delta_{\ell^{\pm}} = q^{2\ell+1} \sum_{n=0}^{\ell_{\max}-\ell} (\alpha_{\ell^{\pm}})_n \cdot q^n \\ \rho_{\ell^{\pm}} = e^{-2\gamma_{\ell^{\pm}}} \end{array} \right. \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} \gamma = 0 \quad \text{pour } q < q_0 \\ \gamma = (q-q_0)^{2\ell+1} \sum_{n=0}^{\ell_{\max}-\ell} (\beta_{\ell^{\pm}})_n (q-q_0)^n \quad \text{pour } q > q_0 \end{array} \right.$$

q est l'impulsion du π dans le système du centre de masse et q_0 l'impulsion du π au premier seuil inélastique.

La limite inférieure dans les sommes donne le comportement au seuil en $q^{2\ell+1}$ et la limite supérieure est telle qu'il y a un seul terme dans la série pour $\ell = \ell_{\max}$, deux pour $\ell = \ell_{\max}-1$, etc... Le nombre total de paramètres α_n et β_n est $4(\ell_{\max}+1)/2$. Il s'y ajoute, pour chaque résonance, 3 paramètres : la position et les largeurs totale et élastique.

Les autres méthodes de paramétrisation incluent les conséquences du postulat de micro-causalité par les relations de dispersion pour les amplitudes partielles. Ces relations fixent une certaine dépendance des déphasages en fonction de l'énergie et relient les phases aux paramètres d'inélasticité. L'analyse de Chilton [12] utilise une relation de dispersion pour l'inverse de l'amplitude partielle $a_{\ell^{\pm}}$:

$$\begin{aligned} \text{Re} \left(a_{\ell^{\pm}}(q) \right)^{-1} &= \frac{q^2 - q_0^2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im} [a_{\ell^{\pm}}(q')]^{-1}}{(q'^2 - q^2)(q'^2 - q_0^2)} dq'^2 \\ &+ \frac{q^2 - q_0^2}{\pi} \int_{-\infty}^{-a} \frac{\Delta [a_{\ell^{\pm}}(q')]^{-1}}{(q'^2 - q^2)(q'^2 - q_0^2)} dq'^2 + \sum_{n=0}^{\ell-1} \frac{\lambda_n}{q^{2n}} \end{aligned}$$

où les λ_n sont des constantes arbitraires.

La quantité $R_{\ell^{\pm}}(q) = -\frac{1}{q} \text{Im} [a_{\ell^{\pm}}(q)]$ est paramétrisée par des polynômes en $(q - q_1)$ et $(q - q_2)$ où q_1 et q_2 sont respectivement le premier seuil inélastique et celui de la réaction $\pi^- p \rightarrow \eta n$. La discontinuité sur la coupure, $\Delta [a_{\ell^{\pm}}(q)]$, est paramétrisée par des fonctions δ :

$$\Delta [a_{\ell^{\pm}}(q)] = \sum_{n=1}^N (d_{\ell^{\pm}})_n \delta(q^2 + q_n^2)$$

où $(d_{\ell^{\pm}})_n$ et q_n^2 sont des constantes.

L'analyse de Yale [13] s'inspire de la méthode développée dans le même laboratoire [14] pour la diffusion nucléon-nucléon. Les ondes F sont déduites de relations de dispersion pour les amplitudes $A(s, t)$ et $B(s, t)$.

L'analyse du CERN [15] emploie une relation de dispersion pour les amplitudes

$$F_{\ell^{\pm}}(s) = \frac{1}{q^{2\ell+1}} a_{\ell^{\pm}}(s) \quad \text{qui s'écrit :}$$

$$\text{Re } F_{\ell^{\pm}}(s) = \frac{P}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \frac{\text{Im } F_{\ell^{\pm}}(s')}{s' - s} ds' + \frac{1}{2\pi i} \int \frac{\Delta F_{\ell^{\pm}}(s')}{s' - s} ds' \quad \begin{array}{l} \text{(sur les} \\ \text{coupures} \\ \text{non physiques)} \end{array}$$

Le calcul des discontinuités $\Delta F_{\ell^{\pm}}(s)$ à travers les coupures de la région non physique est résumé dans le chapitre V [16].

Résolution des équations qui relient les déphasages aux données expérimentales :

Le nombre de paramètres requis est élevé et les équations qui les relient aux données expérimentales ne sont pas linéaires. Le problème est donc résolu par une analyse numérique réalisée au moyen d'un ordinateur. Les paramètres retenus donnent le meilleur ajustement en moindres carrés, c'est-à-dire rendent minimale la fonction :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{G_i^{\text{exp}} - G_i^{\text{calc}}}{\Delta G_i^{\text{exp}}} \right)^2$$

dans laquelle G_i^{exp} et ΔG_i^{exp} sont la valeur et l'erreur de la quantité mesurée (i) et G_i^{calc} la valeur correspondante calculée à partir des p paramètres du modèle. Le nombre de points expérimentaux est n .

La nature et le nombre de paramètres p dépendent du modèle utilisé. En général, pour une solution donnée, la fonction $\chi^2(p)$ constitue un test du modèle utilisé. Cela implique que les erreurs expérimentales sont d'origine purement statistique et que les mesures forment un ensemble cohérent.

Dans le cas des analyses réalisées énergie par énergie, c'est la valeur de χ_{max}^2 rendant minimal le rapport $\frac{\chi^2}{N}$ où N est le nombre de degrés de liberté qui détermine le nombre de paramètres. La valeur attendue du rapport $\frac{\chi^2}{N}$ qui correspond au meilleur ajustement, est égale à 1 [17]. La valeur obtenue donne alors idée de la qualité des données expérimentales employées. Dans le cas d'une analyse simultanée d'un ensemble d'énergies, le critère du $\frac{\chi^2}{N}$ est plus difficilement interprétable, car le modèle est relativement arbitraire. La valeur du $\frac{\chi^2}{N}$ reflète alors partiellement les qualités des mesures et du modèle ; le nombre maximal de paramètres est donc difficile à déterminer.

La fonction $\chi^2(p)$ pour l'ensemble des valeurs des paramètres est une hypersurface à p dimensions qui possède en général plusieurs minimums ($\frac{\partial \chi^2}{\partial p} = 0$), chacun d'entre eux correspondant à une valeur particulière du χ^2 . La recherche des minimums est réalisée par l'ordinateur. Les erreurs sur les p paramètres sont définies à partir de la forme de l'hypersurface au voisinage du minimum considéré.

Si les résultats expérimentaux sont suffisamment complets et dépourvus d'erreurs systématiques, la bonne solution doit être trouvée parmi celles dont le $\frac{\chi^2}{N}$ est voisin de 1. Si celle-ci est la $j^{\text{ième}}$ solution, sa fonction de vraisemblance est donnée par [17] :

$$L(j) = \frac{e^{-\chi_1^2/2}}{\sum_{i=1}^M e^{-\chi_i^2/2}} = \frac{1}{1 + \sum_{i \neq j} e^{-\frac{1}{2}(\chi_i^2 - \chi_j^2)}}$$

Il sera vu par la suite que la dépendance gaussienne constitue un critère parfois difficile à appliquer strictement.

Description sommaire des différentes analyses

Depuis environ cinq ans, la conjonction d'ordinateurs de grande capacité et de résultats expérimentaux de plus en plus complets a permis à plusieurs groupes de développer des analyses en déphasages dans des domaines d'énergies assez étendus qui couvrent le domaine des masses du système π -nucléon comprises entre 1 et 2 GeV/c². Ces diverses analyses s'échelonnent dans le temps et diffèrent donc en premier lieu par le nombre de résultats expérimentaux récents qu'elles incluent. (Ils seront discutés dans le chapitre III). Les différentes analyses se distinguent aussi par les modèles utilisés, comme l'indique le début du chapitre. Néanmoins, elles peuvent être classées en deux catégories principales suivant que toutes les données expérimentales sont considérées simultanément ou séparément à chaque énergie.

L'analyse simultanée de tous les résultats expérimentaux dans un certain domaine est, a priori, la méthode la plus satisfaisante. Elle assure une continuité entre les différentes énergies où existent des données expérimentales et s'accommode de mesures irrégulièrement distribuées en énergie et dont la qualité n'est pas constante. En pratique, la méthode connaît des limitations dues à la capacité des ordinateurs actuels. Le grand nombre de résultats expérimentaux impose de réaliser l'analyse en plusieurs tronçons ; il en résulte des discontinuités sur les amplitudes au raccordement de deux zones d'énergies. D'autre part, bien que le nombre de paramètres introduits dans l'expression de chacune des ondes partielles soit fortement limité, le nombre total de paramètres est élevé. La méthode de minimisation du χ^2 est alors peu flexible et la solution obtenue correspond au χ^2 minimum relatif de l'hypersurface la plus proche de la solution de départ. La recherche de solutions à partir d'un ensemble quelconque de paramètres de départ (construit aléatoirement) devient impossible. En général, la description des résultats expérimentaux est médiocre. Les valeurs du $\chi_{\min}^2$ divisé par le nombre de degrés de liberté N sont supérieures à 2 (la valeur attendue est 1). Ce fait peut être dû à une défaillance du modèle, ou à la présence de mesures systématiquement erronées, ou aux deux à la fois.

Des analyses de ce type ont été réalisées à Livermore [11], Chilton [12] et Yale [13] (voir Tableau I).

L'analyse de Livermore [11] couvre les zones d'énergie du π incident 0-350, 300-800 et 0-700 MeV. La paramétrisation des déphasages et des paramètres d'inélasticité est réalisée par des développements en puissance de l'impulsion et des formules de Breit-Wigner (cf. début du chapitre). Elle ne connecte pas les phases et les inélasticités. De plus, la valeur de l'ordre maximal des séries α_n et β_n peut empêcher de représenter des variations brusques avec l'énergie de la phase ou de l'inélasticité. Dans le domaine 0-350 MeV le moment orbital maximal $\ell_{\max}$ est choisi égal à 3 (ondes S, P, D et F) alors que dans la zone 300-800 MeV, $\ell_{\max}$ est égal à 4. Le dernier choix est motivé parce que le passage de 3 à 4 décroît significativement la valeur de χ^2 alors que le passage de 4 à 5 la change très peu. Les valeurs de $\frac{\chi^2}{N}$ varient de 2 à 3 suivant le domaine d'énergie.

L'analyse de Chilton [12] couvre les zones d'énergies 300-700 et 750-1100 MeV.

Elle relie les phases et les inélasticités par une relation de dispersion pour l'inverse de l'amplitude $a_{\ell^{\pm}}$ (cf. début du chapitre). A l'inverse de celle de Livermore, cette analyse permet de décrire de brusques effets en fonction de l'énergie. Toutefois, leur position doit être incluse a priori dans le programme d'analyse, par exemple le seuil q_2 de la production du η . Cependant, la flexibilité de la méthode est en pratique limitée par le nombre de paramètres autorisés par l'ordinateur utilisé. Les valeurs de $\frac{\chi^2}{N}$ sont voisines de 2,5. Le raccordement entre les deux zones d'énergies est par ailleurs discontinu pour certaines ondes. L'analyse a été développée jusqu'à $\ell_{\max} = 3$ (S, P, D et F) ; dans le domaine le plus bas en énergie, les paramètres d'inélasticité ρ des ondes F sont fixés à 1.

L'analyse de Yale [13] est limitée au domaine 0-350 MeV. Les ondes F sont calculées au moyen de relations de dispersion. Les valeurs de $\frac{\chi^2}{N}$ finales sont comprises entre 2 et 3.

Pour le cas des analyses qui traitent une seule énergie à la fois, le grand avantage pratique de la méthode est qu'elle permet de trouver assez facilement les différents minimums de l'hypersurface $\chi^2(p)$. A chaque énergie, le nombre de points expérimentaux (entre 50 et 130) et le nombre de paramètres (28 pour une analyse en ondes S, P, D et F) sont assez peu élevés pour permettre une recherche de solutions à partir d'un ensemble de paramètres choisis au hasard, à l'intérieur de certaines limites.

Un ordinateur de grande capacité explore les minimums de l'hypersurface $\chi^2(p)$ à partir d'un nombre important de séries aléatoires de déphasages (200 à 300). La probabilité de n'avoir pas décelé un des minimums peut être rendue négligeable. En général, plusieurs solutions, dont les valeurs de χ^2 sont très voisines, résultent de cette première recherche. Elles ont donc à peu près la même probabilité d'être la bonne solution. La difficulté de la méthode est alors de définir un critère de continuité avec l'énergie des solutions qui permette d'isoler à chaque énergie la série de déphasages qui représente la solution la plus valable. Aussi longtemps que la capacité des ordinateurs les plus puissants n'aura pas été centuplée, il semble que cette méthode d'analyse restera la plus efficace et la plus objective, principalement en raison de sa puissance dans la recherche des solutions possibles. La détermination d'une solution d'ensemble unique sera d'autant plus aisée que les énergies où existent des mesures complètes seront nombreuses et rapprochées.

Des analyses de ce genre ont été développées à Hawaii [17], au CERN [15], à Saclay [18] et à Berkeley [19] (cf. Tableau I).

L'analyse réalisée à Hawaii [17] couvre le domaine d'énergies 300-700 MeV. Son résultat principal a été de montrer que les mesures utilisées ne nécessitaient pas forcément la présence de résonances quasi-élastiques, dont la phase passe par 90° (cf. Appendice II). Elle a été réfutée après la publication des résultats précis de polarisation obtenus à Nimrod [20E] ; de plus, elle est en désaccord avec les prédictions des relations de dispersion pour l'amplitude $B(s, t)$ [20].

L'analyse commencée à Londres et poursuivie au CERN [15] combine la théorie et les résultats expérimentaux. Le but recherché est de rassembler les avantages des deux principaux types d'analyses sans forcément en inclure leurs inconvénients. L'apport théorique est réalisé par l'emploi de relations de dispersion pour les amplitudes partielles :

$$F_{\ell^{\pm}}(s) = \frac{1}{q^{2\ell+1}} a_{\ell^{\pm}}(s) \quad (\text{cf. début du chapitre}).$$

L'application de ces relations de dispersion à l'analyse en déphasages a été successivement réalisée au moyen d'une technique semi-phénoménologique dans le domaine d'énergies 300-700, 0-1400 puis 0-2000 MeV. Les phases et les inélasticités sont d'abord obtenues énergie par énergie, sans ingrédient théorique, sauf pour les petits déphasages dans les moments angu-

lares élevés qui sont déduits des calculs de dispersion. Ensuite, elles sont ajustées simultanément par une paramétrisation qui satisfait les relations de dispersion dans une certaine zone d'énergie. Les diverses solutions obtenues à chaque énergie lors de la première étape sont utilisées pour calculer la discontinuité sur la coupure dans la région physique ($(m+\mu)^2 \leq s < \infty$) cf. début du chapitre), ce qui permet d'évaluer la relation de dispersion et d'isoler ainsi la solution qui la satisfait au mieux. Ce procédé est une méthode de lissage qui permet d'affiner l'accord entre les données expérimentales et les prédictions des relations de dispersion.

L'analyse développée à Saclay a été d'abord réalisée en 1965 [18a] dans le domaine d'énergies 0-1000 MeV ; elle a été reprise en 1967 [18b] dans le domaine 300-1600 MeV. Des résultats expérimentaux préliminaires nombreux ont été utilisés dans la première analyse ; la deuxième inclue les résultats définitifs correspondants, ainsi que de nouvelles données de polarisation. Cette analyse a été faite à toutes les énergies où un nombre suffisant de données expérimentales est disponible. Ces énergies sont, en général, séparées par moins de 50 MeV en dessous de 1000 MeV. Chaque énergie est traitée séparément et aucune hypothèse n'est faite sur la variation des amplitudes partielles avec l'énergie. La méthode d'obtention de la solution finale sera développée dans le chapitre IV.

L'analyse actuellement en cours à Berkeley dont les résultats préliminaires sont connus [19] suit, dans une première étape, la voie de celle de Saclay. Elle diffère ensuite dans la manière de réaliser la continuité. A chaque énergie et pour chaque amplitude partielle a_{ℓ} , les distances dans le plan complexe entre une solution et les diverses solutions obtenues aux énergies adjacentes sont calculées. Quand toutes les amplitudes sont considérées à la fois, la distance entre deux solutions est alors définie dans un espace euclidien à $4(2\ell_{\max} + 1)$ dimensions. La condition de continuité revient à retenir, pour chaque énergie, la solution qui rend la somme des distances minimale. Les résultats seront discutés dans le chapitre V.

III - DONNÉES EXPÉRIMENTALES

Un grand nombre d'expériences relatives à la diffusion élastique π -nucléon ont été réalisées dans le domaine des énergies inférieures à 2 GeV, depuis environ 15 ans. Les résultats obtenus au cours des trois ou quatre dernières années fournissent cependant la majeure partie des mesures qui ont permis l'analyse en déphasages. Une discussion et une sélection des données sont possibles car il existe assez souvent, à une énergie donnée, plusieurs mesures de la même donnée expérimentale. Certaines ont parfois des poids très faibles à cause de lots d'événements statistiquement pauvres. D'autres paraissent entachées d'erreurs systématiques dues, par exemple, à des imperfections expérimentales importantes. Il arrive par ailleurs, que deux mesures de même précision apparente soient en net désaccord ; elles sont alors retenues toutes deux et analysées séparément, puis confrontées lors de l'étude de la continuité en énergie des déphasages (voir chapitre IV).

Le programme d'analyse en déphasages utilise les sections efficaces totales et totales inélastiques $\pi^{\pm}p$ et les distributions angulaires des sections efficaces et des polarisations dans les états finals $\pi^{\pm}p$, $\pi^{\pm}p$, π^0n . Les points des sections efficaces vers l'avant obtenus à l'aide des relations de dispersion ont été aussi employés ; ils proviennent de calculs effectués par HÖHLER et al. [21]. Le nombre total de points expérimentaux utilisés est 2170. Les données expérimentales disponibles au 1er janvier 1967 sont présentées et discutées dans le rapport CEA-R 3401 [22] ; elles sont seulement résumées ici.

Les résultats de sections efficaces totales utilisés sont ceux de Saclay [26E] entre 300 et 700 MeV, et ceux de Saclay [27E] et Brookhaven [28E] aux énergies plus élevées. Les mesures réalisées à Princeton [29E], en bon accord avec les mesures précédentes au-dessus de 650 MeV ont aussi été employées. Par contre, aux énergies inférieures, les mesures obtenues dans la même expérience sont affectées d'importantes erreurs systématiques ; elles ont été rejetées. Les anciennes mesures de Saclay [30E] n'ont pas été utilisées. Le grand nombre de points expérimentaux a permis d'effectuer un lissage de toutes les données ; la précision moyenne est d'environ 1,5 % (Fig. 1).

Les sections efficaces totales inélastiques ont été obtenues de façon indirecte. Les données proviennent d'expériences de chambres à bulles à l'exception de celles concernant les voies neutres qui résultent d'expériences de chambres à étincelles [16E], [18E] et de compteurs [31E]. Les références des données disponibles, exceptées les plus récentes, peuvent être trouvées dans les compilations des références [23] et [26E]. Ici aussi un lissage a été fait, mais les points sont plus dispersés en énergie et les erreurs sont plus grandes que dans le cas des sections efficaces totales.

Les sections efficaces différentielles élastiques des mésons π chargés ont été

abondamment mesurées et sont assez bien connues. Il y a trois séries de mesures de compteurs [8E], [14E] et [16E], [19E], et quelques résultats à bonne statistique obtenus avec des chambres à bulles à hydrogène liquide (les références sont données dans [22]). Pour mieux discuter la cohérence des divers résultats expérimentaux et construire, par interpolation, les distributions angulaires aux énergies où elles font défaut, les sections efficaces différentielles expérimentales ont été développées en polynômes de Legendre suivant l'expression :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (\pi^{\pm} p) = \chi^2 \sum_{n=0}^{n_{\max}} C_n^{\pm} P_n (\cos \theta) \quad (\text{Appendice I})$$

Les figures 2 et 3 montrent les coefficients $C_n^{\pm}$ obtenus par la méthode des moindres carrés qui permet de déterminer l'ordre optimal du développement [22]. Le comportement des $C_n^{\pm}$ en fonction de l'énergie ne présente pas de discontinuités saillantes. Cependant, aux énergies où deux mesures de précision comparable existent, l'accord est parfois assez mauvais, ce qui reflète la présence de biais. Les figures 4 et 5 tirées de [22] en donnent un aperçu, pour deux énergies. Dans des cas semblables, lors de l'analyse en déphasages, le choix final est fait d'après la mesure qui fournit la "meilleure" solution, c'est-à-dire celle qui donne le χ^2 le plus bas ou, si les deux solutions ont presque le même χ^2 , celle pour laquelle la continuité des déphasages avec l'énergie est la plus facile à obtenir. Ceci a également pour effet de rendre plus lisse la variation des coefficients $C_n^{\pm}$ avec énergie. Ce choix, sans être à l'abri de toute critique, semble le plus raisonnable, tout au moins au stade actuel de l'analyse. En effet, utiliser à la fois les deux distributions reviendrait sensiblement à considérer leur moyenne et conduirait à un χ^2 total en général très mauvais, ce qui n'est pas plus facile à justifier.

En utilisant le lissage sur les coefficients $C_n^{\pm}$, il est possible de "construire" des distributions angulaires à n'importe quelle énergie en dessous de 1700 MeV. Ce procédé a été appliqué aux quelques énergies où il n'y a pas de mesures disponibles (Tableau II).

Les sections efficaces d'échange de charge ont été mesurées avec des chambres à étincelles à plaques épaisses où les γ engendrent des gerbes d'électrons [13E] [18E]. Les coefficients des développements en polynômes de Legendre sont affectés d'erreurs statistiques plus importantes que dans le cas des états finals chargés mais permettent malgré tout des interpolations (fig. 6). Les distributions ont été interpolées aux énergies de 775, 795, 950, 1048 et 1227 MeV.

La polarisation du neutron dans la réaction d'échange de charge $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ n'a été mesurée qu'en un point à l'énergie de 310 MeV [6E]. La polarisation du proton dans la diffusion élastique a été mesurée par plusieurs groupes, au moyen de deux méthodes. La première est celle où le proton subit une nouvelle diffusion sur un noyau dont le pouvoir analyseur est bien connu (carbone). Aux énergies des synchro-cyclotrons où les flux de mésons π sont élevés, l'appareillage se limite à des compteurs à scintillation. Les mesures proviennent de Berkeley [2E] et [3E] et de Dubna [7E]. Aux énergies des synchrotrons, la technique de la double diffusion est devenue utilisable par l'augmentation des angles solides offerts par les chambres à étincelles à plaques de carbone ; elle a été utilisée à Berkeley [15E] et [22E], et à Saclay [11E] et [12E]. Depuis que les cibles de protons polarisés sont disponibles, la deuxième méthode nécessitant une simple diffusion (appendice I) a été employée ; elle a fourni des mesures qui couvrent de vastes domaines d'énergies. Elles ont été réalisées à Nimrod [20E], Berkeley [17E] et [4E], et Argonne [24E]. Elles sont plus précises que celles obtenues par la technique de la double diffusion, à l'exception des mesures à 410 et 490 MeV, [11E] et [12E], pour lesquelles un nombre élevé de clichés a été pris.

Les mesures de polarisation n'ont pas toujours été réalisées à des énergies où existaient déjà des sections efficaces et différentielles, ce qui réduit quelque peu leur intérêt dans les analyses qui traitent une énergie à la fois. Il a été nécessaire dans ces cas de calculer les distributions angulaires en utilisant les valeurs interpolées des coefficients $C_n^\pm$. Les déphasages ainsi obtenus sont certainement moins valables que ceux qui proviennent d'énergies où toutes les données sont disponibles. Il faut remarquer qu'il n'est pas possible d'interpoler les données de polarisation de la même façon que les distributions angulaires. Pour beaucoup d'énergies, à cause de l'imprécision statistique ou d'un domaine angulaire de mesure trop restreint, il est impossible de déterminer plus de deux ou trois coefficients $D_n^\pm$ du développement :

$$\frac{1}{\sin \theta} P^\pm(\theta) \cdot \frac{d\sigma^\pm}{d\Omega} = \chi^2 \sum_{n=0}^{n_{\max}} D_n^\pm P_n(\cos \theta)$$

Or, ce développement devrait être poursuivi jusqu'à l'ordre $n_{\max} = 2 \ell_{\max} - 1$ (Appendice I), ce qui fournirait $2 \ell_{\max}$ coefficients par distribution (cf. chapitre précédent).

En réalité, les polarisations sont des données plus fragmentaires que l'on ne pourrait le souhaiter. Par exemple, les valeurs des $D_n^\pm$ portées sur les figures 7 et 8 ne montrent pas la présence des ondes F et G aux énergies où elles sont requises par les distributions angulaires. Dans la diffusion $\pi^- p$, des mesures de polarisation de provenances différentes ont été comparées aux deux énergies (698 et 750 MeV) où cela est possible (fig. 9 et 10).

Le développement en polynômes de Legendre de chaque distribution angulaire élastique ou de polarisation est caractérisé par la grandeur statistique $G = \frac{\chi^2}{N}$ où N est le nombre de degrés de liberté. Lorsque les erreurs sur les points expérimentaux et l'ordre optimal ont été correctement estimés, une distribution gaussienne de valeur moyenne nulle et d'écart standard $(\frac{2}{N})^{\frac{1}{2}}$ est attendue pour la quantité $(G - 1)$. L'accord est bon dans le cas des sections efficaces différentielles élastiques et d'échange de charge (79 distributions au total) (fig. 11). Par contre, pour les polarisations, l'histogramme des valeurs de $(G - 1)$ (fig. 12) est décalé vers les valeurs négatives, ce qui semble indiquer la présence de corrélations dans les erreurs mentionnées dues à l'inclusion d'erreurs systématiques estimées. Par ailleurs, l'ordre optimal du développement est plus faible que l'ordre théoriquement attendu, ce qui peut provenir du domaine angulaire tronqué dans lequel la mesure a été réalisée.

Au moment où les résultats des différentes analyses en déphasages seront comparés (chapitre V), il sera utile de se souvenir que, en plus de la part d'arbitraire inhérente à la sélection des résultats expérimentaux, variable d'une analyse en déphasages à l'autre, les lots de données expérimentales utilisés diffèrent suivant l'époque où l'analyse a été élaborée. C'est la raison principale pour laquelle certaines analyses anciennes ont perdu de leur intérêt.

Un aperçu des données utilisées dans chacune des analyses est donné ci-après. L'analyse de Hawaii [17] inclue essentiellement les mesures de sections efficaces totales de Saclay [26E], [27E], les distributions angulaires des diffusions élastiques $\pi^\pm p$ de Berkeley [14E], [16E] et de Berkeley-Saclay [8E], les distributions angulaires préliminaires d'échange de charge de Berkeley [13E]. Pour les polarisations, les résultats proviennent d'anciennes mesures de Berkeley, [15E] et [22E] et de celles de Saclay [11E] et [12E].

L'analyse de Livermore [11] emploie à peu près les mêmes résultats, plus ceux relatifs au domaine d'énergies 0-300 MeV. Il en est de même pour l'analyse de Chilton [12] qui inclut en plus les données préliminaires de polarisation de Nimrod [20E].

A cet ensemble de résultats s'ajoutent dans les analyses de Saclay (1965) [18a] et du CERN (1966) [15b], les mesures de distributions angulaires d'échange de charge du M.I.T. [18E].

Les analyses de Saclay (1967) [18b] et du CERN (1967) [15c] utilisent les mesures de sections efficaces totales de Brookhaven [28E] et de Princeton [29E] et des résultats récents de polarisation dans les diffusions $\pi^\pm p$ obtenus à Berkeley [17E]. L'analyse du CERN tient compte, en plus, des résultats connus dans les domaines d'énergies 0-300 MeV et 1600-1800 MeV.

L'analyse de Berkeley [19] emploie, à quelques exceptions près, les mêmes données que l'analyse de Saclay (1967).

Les données vers l'avant des sections efficaces différentielles déduites des relations de dispersion et du théorème optique diffèrent souvent d'une analyse à l'autre. Par souci de cohérence, les sections efficaces totales utilisées dans les calculs de relations de dispersion doivent être les mêmes que celles qui sont introduites dans le programme d'analyse en déphasages. Les valeurs utilisées dans l'analyse de Saclay ont été calculées par HÖHLER et al. [21] ; elles forment un tout cohérent.

Bien que l'étude de la diffusion élastique π -nucléon ait suscité un nombre important de mesures diverses, les résultats des analyses en déphasages récentes montrent que (cf. chapitre V) les données expérimentales actuelles sont insuffisantes aussi bien en quantité qu'en qualité.

IV - MÉTHODE ET RÉSULTATS DE L'ANALYSE EN DEPHASAGES

La méthode qui traite une énergie à la fois a été schématisée dans le chapitre II. A partir d'un ensemble quelconque de déphasages, un programme calcule les valeurs théoriques des données expérimentales utilisées au moyen de formules résumées dans l'Appendice I. Celles-ci tiennent compte des effets électromagnétiques par l'emploi d'amplitudes coulombiennes relativistes développées au premier ordre en α (α est la constante de structure fine).

Pour chaque énergie, les grandeurs expérimentales utilisées sont citées dans le chapitre précédent. En général, elles correspondent aux valeurs et erreurs publiées, sauf pour les distributions angulaires "construites" à partir des coefficients C_n . Le tableau II donne la provenance des données expérimentales et le nombre total de points employés, à chaque énergie. Pour les mesures de sections efficaces différentielles, le programme d'analyse tient compte d'une erreur systématique possible sur la normalisation des distributions angulaires en écrivant leur contribution :

$$\chi^2_{\sigma_{el}} = \sum_i \left\{ \left(\frac{\sigma_i^{calc} - \sigma_i^{exp} (1 + \varepsilon)}{\Delta \sigma_i^{exp}} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{\Delta \varepsilon} \right)^2 \right\}$$

$\varepsilon^{+, -, 0}$ représente l'erreur relative sur la normalisation respectivement pour la diffusion $\pi^+ p$, $\pi^- p$ et d'échange de charge $\pi^0 n$ que le programme peut faire varier au cours de l'ajustement. $\Delta \varepsilon^{+, -, 0}$ est une estimation de l'incertitude sur $\varepsilon^{+, -, 0}$

Le même ajustement a été appliqué aux distributions angulaires de polarisation obtenues avec des cibles polarisées. Dans ce cas, $\Delta \varepsilon'$ est une estimation de l'incertitude sur la polarisation de la cible.

Dans le calcul des sections efficaces totales, le programme fait intervenir les corrections géométriques dues à l'angle solide non nul sous-tendu par le détecteur des particules transmises (voir [22]). D'autre part, il calcule la correction d'interférence entre les diffusions coulombienne et nucléaire. Ceci permet de déduire les sections efficaces totales nucléaires.

La quantité χ^2 à minimiser est :

$$\chi_p^2 = \underbrace{\left[\frac{\sigma_{tot}^{+ calc} - \sigma_{tot}^{+ exp}}{\Delta \sigma_{tot}^{+ exp}} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_{tot}^{+ calc} - \sigma_{tot}^{+ exp}}{\Delta \sigma_{tot}^{+ inél}} \right]^2}_{\text{diffusion } \pi^+ p} + \underbrace{\left[\dots \right]^2 + \left[\dots \right]^2}_{\text{diffusion } \pi^- p}$$

$$\begin{aligned}
& + \underbrace{\sum_i \left\{ \left[\frac{\sigma^{+ \text{calc}}(\theta_i) - \sigma^{+ \text{exp}}(\theta_i) (1 + \varepsilon^+)}{\Delta \sigma^{+ \text{exp}}(\theta_i)} \right]^2 + \left[\frac{\varepsilon^+}{\Delta \varepsilon^+} \right]^2 \right\}}_{\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p} + \underbrace{\sum_j \left\{ \dots \right\}}_{\pi^- p \rightarrow \pi^- p} + \underbrace{\sum_k \left\{ \dots \right\}}_{\pi^- p \rightarrow \pi^0 n} \\
& + \underbrace{\sum_\ell \left\{ \left[\frac{P^{+ \text{calc}}(\theta_1) - P^{+ \text{calc}}(\theta_\ell) (1 + \varepsilon'^+)}{\Delta P^{+ \text{calc}}(\theta_\ell)} \right]^2 + \left[\frac{\varepsilon'^+}{\Delta \varepsilon'^+} \right]^2 \right\}}_{\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p} + \underbrace{\sum_m \left\{ \dots \right\}}_{\pi^- p \rightarrow \pi^- p} + \underbrace{\sum_n \left\{ \dots \right\}}_{\pi^- p \rightarrow \pi^0 n}
\end{aligned}$$

La fonction χ^2 dépend de p paramètres qui sont les $4(2\ell_{\text{max}} + 1)$ déphasages δ et paramètres d'inélasticité ρ , plus les ε et ε' . (ℓ_{max} peut varier de 0 à 4).

Pour la minimisation de χ_p^2 , les p paramètres de départ sont choisis au hasard à l'intérieur des limites :

$$\begin{cases} 0^\circ \leq \delta \leq 180^\circ \\ 0 \leq \rho \leq 1. \end{cases}$$

Les ε et ε' de départ sont nuls. Le χ^2 est ensuite diminué pas à pas en utilisant la méthode du gradient. Le programme produit des déplacements d'une longueur arbitraire ℓ le long de la direction $-\overrightarrow{\text{grad}} \chi_p^2$ ($\overrightarrow{\text{grad}} \chi_p^2$ est le vecteur normal à l'hypersurface à p dimensions $\chi_p^2 = \text{Cte}$). Les déplacements sont répétés autant de fois que la surface $\chi_p^2 = \text{Cte}$ atteinte après un déplacement donne une valeur plus petite de la constante. Un minimum relatif du χ^2 est atteint lorsque $\overrightarrow{\text{grad}} \chi_p^2 = 0$.

La localisation d'un minimum est déterminée avec précision, car la longueur ℓ du déplacement est réduite par le programme au fur et à mesure que $|\overrightarrow{\text{grad}} \chi_p^2|$ diminue. Quand $|\overrightarrow{\text{grad}} \chi_p^2| < \varepsilon$, où ε est choisi suffisamment petit, une parabole est ajustée pour chaque paramètre sur trois points au voisinage du minimum. Le développement au second ordre de χ_p^2 près du minimum ainsi obtenu, donne directement les coefficients de la matrice d'erreurs. L'expression générale du χ^2 est alors :

$$\chi^2 = \chi_{\text{min}}^2 + \sum_{i,j} \frac{\partial \chi^2}{\partial p_i \partial p_j} \Delta p_i \cdot \Delta p_j$$

les coefficients $\frac{\partial \chi^2}{\partial p_i \partial p_j} = G_{ij}$ sont les éléments d'une matrice symétrique. Son inverse G^{-1}_{ij} est la matrice d'erreur. Si, dans cette matrice, les éléments non-diagonaux qui correspondent aux corrélations d'erreurs sont négligeables, l'erreur quadratique moyenne sur le paramètre p_i est donnée par

$$\Delta p_i = \sqrt{G^{-1}_{ii}}$$

Dans la présente analyse, les erreurs ont été calculées de façon plus directe, sans supposer que la fonction $\chi^2(p)$ est parabolique au voisinage du minimum. Pour une solution

$\chi^2_{(p)} = \chi^2_{\min}$, la variation $\Delta p_i = \sqrt{G^{-1}_{ii}}$ du paramètre p_i entraîne une augmentation du χ^2 de une unité : $\chi^2(p_i + \Delta p_i) = \chi^2_{\min} + 1$, après que les autres paramètres aient été ajustés pour minimiser $\chi^2(p_i + \Delta p_i)$ [17]. L'erreur ainsi définie est l'erreur probable dont la signification est bien définie et qui reflète la forme de l'hypersurface près du minimum. Cependant, elle ne contient pas toutes les informations provenant des incertitudes sur les mesures, à cause des corrélations d'erreurs. En particulier, cette erreur est sous-estimée quand les termes non diagonaux de la matrice d'erreur sont importants.

A chaque énergie, au moins 200 séries de valeurs de départ ont été proposées à l'ordinateur. Une faible proportion d'entre elles n'a pas donné de résultats utiles, le χ^2 conservant une valeur élevée. Les autres ont convergé vers un nombre peu élevé de solutions distinctes, et qui pour la plupart des énergies, se rassemblent en deux groupes. Dans le premier groupe, les solutions ont un χ^2 inférieur à environ 1,3 fois le meilleur χ^2 , ($\chi^2_{\min}$), trouvé à l'énergie considérée. Le deuxième groupe comprend les solutions dont le χ^2 est sensiblement plus élevé. Seul le premier groupe de solutions est alors retenu pour une deuxième étape de l'analyse. Pour les autres énergies, les valeurs du χ^2 forment un spectre presque continu. Les solutions pour lesquelles $\chi^2 < 1,5 \chi^2_{\min}$ ont été retenues. Cette sélection conserve par énergie un nombre de solutions qui reste inférieur à 15. Parmi ces solutions, il s'agit maintenant d'extraire la "meilleure". Une méthode qui est une traduction empirique du critère de continuité, a été développée pour cela. Elle est rendue possible par le fait que la plupart des énergies analysées sont séparées par moins de 50 MeV, elle consiste à éliminer les solutions qui conduisent à une forte discontinuité d'énergie à énergie pour au moins un des paramètres suivants :

- a) les déphasages δ et les paramètres d'inélasticité ρ ;
- b) les parties réelle et imaginaire des amplitudes partielles :

$$\text{Re } a = -\frac{\rho}{2} \sin 2\delta \quad ; \quad \text{Im } a = -\frac{1}{2} (1 - \rho \cos 2\delta)$$

(ces combinaisons sont parfois plus utiles que les phases et absorptions).

- c) les parties réelle et imaginaire de l'amplitude B (cf. Appendice I) :

$$\frac{1}{4\pi\lambda^3} B = \sum_{\ell} \left\{ \ell \left(\ell + \frac{E}{m} \right) a_{\ell-} - (\ell + 1) \left(\ell + 1 - \frac{E}{m} \right) a_{\ell+} \right\}$$

Cette combinaison des amplitudes est très sensible aux ondes partielles de moment angulaire élevé.

La partie réelle de l'amplitude de diffusion vers l'avant :

$$\text{Re } f(0^\circ) = \lambda \sum_{\ell} \left\{ (\ell + 1) \text{Re } a_{\ell+} + \ell \text{Re } a_{\ell-} \right\}$$

qui est une autre combinaison des amplitudes partielles, n'a pas été utilisée car les valeurs des sections efficaces vers l'avant calculées d'après les relations de dispersion sont utilisées dans le programme d'analyse en tant que données.

- d) Les coefficients $D_n^{\pm}$ du développement en polynômes de Legendre de $\frac{1}{\lambda^2 \sin \theta} \cdot P^{\pm}(\theta) \cdot \sigma^{\pm}(\theta)$.

La continuité de ces coefficients est un critère particulièrement utile aux énergies où il n'existe pas de mesures précises de polarisation.

Pour chaque énergie, après cette deuxième étape de l'analyse, le nombre de solutions restantes se réduit en général à une seule, à l'exception de quelques énergies où plusieurs (2 à 5) solutions sont présentes. Il subsiste ainsi des ambiguïtés relatives à certains moments angulaires peu élevés :

- a) S_{11} entre 0,6 et 0,85 GeV et au-dessus de 1,2 GeV,
- b) P_{11} entre 0,6 et 0,9 GeV,
- c) P_{13} entre 0,5 et 1 GeV.

Egalement, au-dessus de 1,3 GeV, le critère de continuité est moins sûr, à cause de l'espacement entre les énergies où l'analyse est faite (supérieur à 100 MeV).

Pour tenter de résoudre les ambiguïtés a), b), c), les valeurs lissées des déphasages pour lesquels les solutions restantes sont groupées ont été introduites dans le programme de l'analyse. Ainsi, les différentes solutions obtenues pour les moments angulaires peu élevés (a), b), c)) ont convergé vers une seule solution qui est montrée sur les figures 13 et 14 et donnée dans les Tableaux III et IV.

Un lissage "à la main" a été fait sur les parties réelle et imaginaire des amplitudes partielles, il est reporté en fonction des déphasages dans les figures 13 et 14 (tracé continu). A certaines énergies et pour quelques ondes partielles, les points sont assez éloignés du tracé : une courbe qui passerait par tous les points représenterait une variation en énergie physiquement inacceptable. Des solutions qui assureraient une meilleure continuité à ces énergies ont été recherchées sans succès, bien que des poids plus faibles aient été attribués à certaines énergies où les mesures sont incomplètes ou peu précises, par exemple :

- A 870 MeV, les données de polarisation sont peu précises (voir [22]), et les distributions angulaires élastiques de la diffusion π^+p mesurées par deux groupes différents sont en désaccord (cf. chapitre III et fig. 4).
- A 795 MeV, la polarisation dans la diffusion π^+p est manquante et la distribution angulaire d'échange de charge a été construite à partir des coefficients C_n^o .
- A 950 MeV, la distribution angulaire d'échange de charge est construite de la même façon.

Un autre lissage qui efface les petites irrégularités a été réalisé : c'est la solution B qui correspond au tracé en pointillés sur les figures 13 et 14. A chaque énergie, le χ^2 de la solution B a été déterminé à partir des valeurs correspondant au lissage, en permettant toutefois une variation de 3° pour les phases et de 0,03 pour les inélasticités. Les valeurs du χ^2 sont données dans le Tableau II. Le χ^2 total est égal à 4928 alors que celui de la solution A est égal à 1633. S'il est permis aux paramètres de la solution B de varier librement, ils se déplacent au cours de la minimisation, de façon à redonner la solution A. Ceci montre que les irrégularités effacées dans la solution B sont requises par les résultats expérimentaux utilisés. Les valeurs très élevées du χ^2 obtenues pour la plupart des énergies dans la solution B résultent de façon inégale des différentes données, certaines contribuant plus que d'autres. Il n'y a pas d'argument pour réduire le poids de ces données car, généralement, elles font partie d'une série de mesures faites à plusieurs énergies par le même groupe d'expérimentateurs utilisant la même méthode et le même appareillage.

Dans une analyse simultanée de toutes les énergies où la continuité est obtenue en imposant une forme de variation des amplitudes partielles ou des déphasages, la solution finale ressemblerait à la solution B de la présente analyse, le nombre de paramètres nécessaires pour obtenir la solution A étant beaucoup trop élevé.

La méthode employée ici serait inadéquate lorsque de violentes discontinuités ("cusps" ou autres mécanismes) peuvent se produire. Dans le cas des analyses qui traitent simultanément toutes les énergies, ces effets peuvent également passer inaperçus. Par exemple, la forte variation de l'inélasticité de l'onde S_{11} au seuil de production du méson η a été trouvée dans l'analyse de Chilton [12] car elle avait été imposée dans la paramétrisation alors qu'elle n'a pas été observée dans l'analyse de Livermore [11] où la paramétrisation ne l'incluait pas a priori.

V - RÉSONANCES DANS LA DIFFUSION π - NUCLEON. DISCUSSION DES RÉSULTATS

La comparaison de la présente analyse à celle des autres groupes (essentiellement les analyses du CERN (1967) et de Berkeley) montre un bon accord quantitatif pour les effets dominants dus à des résonances du type quasi-élastique ^{*}) qui apparaissent dans plusieurs ondes partielles. Par contre, les résultats des analyses diffèrent parfois au sujet d'effets moins caractéristiques.

Pour servir la discussion de ces différents effets, il semble utile de rappeler brièvement le formalisme élémentaire des états résonnants associés à des pôles de la matrice S.

Lorsque la diffusion est purement élastique, l'amplitude résonnante $a_j = \frac{e^{2i\delta} - 1}{2i}$ est décrite, au voisinage de l'énergie résonnante W_R par la formule de Breit-Wigner (cf. Appendice II) :

$$a_j = \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(W_R - W) - i \frac{\Gamma}{2}}$$

Γ , fonction lentement variable de l'énergie, est appelée la largeur de la résonance.

La résonance se manifeste alors par un maximum prononcé de la section efficace totale :

$$\sigma_{\text{tot}}^j = \pi \lambda^2 \left(j + \frac{1}{2}\right) \frac{\Gamma^2}{(W_R - W)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

au voisinage de $W = W_R$.

L'amplitude a_j décrit dans le plan complexe, suivant le sens trigonométrique, un cercle de diamètre 1 et de centre $(0, \frac{i}{2})$.

A l'exception de la résonance P_{33} (1240 MeV), les résonances de la diffusion π - nucléon apparaissent dans plusieurs voies. La figure 15 montre la variation avec l'énergie des sections efficaces connues dans le domaine d'énergies de l'analyse, ainsi que les seuils des principales réactions à 2 et 3 corps. La matrice de diffusion S doit alors définir le passage du canal initial à plusieurs canaux différents ; elle n'est plus diagonale. Son action sur un état initial de nombres quantiques bien définis n'est plus une multiplication par un facteur de phase. Le

^{*}) Une résonance est dite quasi-élastique quand, parmi ses voies possibles de désexcitation, le canal élastique est prépondérant. Plus précisément, le rapport des largeurs élastique et totale est supérieur à 0,5 (cf. Appendice II).

déphasage devient complexe et l'amplitude partielle s'écrit sous la forme :

$$a_j = \frac{\rho e^{2i\delta} - 1}{2i} \quad \text{avec } 0 \leq \rho \leq 1$$

La formule de Breit-Wigner se généralise au cas de la diffusion du canal initial i au canal final f sous la forme (cf. Appendice II) :

$$a_{if}^j = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{\Gamma_i} \sqrt{\Gamma_f}}{(W_R - W) - i \frac{\Gamma}{2}}$$

Si l'élasticité de la résonance ($x = \frac{\Gamma_{el}}{\Gamma}$) est constante au voisinage de W_R , l'amplitude a_j décrit toujours un cercle de diamètre x , centré sur l'axe imaginaire. Si $x > 0,5$ la phase passe par 90° et le paramètre d'inélasticité par un minimum à l'énergie résonnante W_R ; habituellement cette résonance est appelée quasi-élastique. Si $x < 0,5$, la phase passe alors par 0° en décroissant; à l'énergie W_R (cf. Appendice I); la résonance est dite inélastique. Ces qualificatifs habituels sont impropres, car l'effet résonnant est le même dans les deux cas.

Dans une situation plus générale et plus proche de la réalité, un état résonnant se superpose à un fond de mêmes nombres quantiques. L'amplitude totale est alors la somme de l'amplitude résonnante et du fond qui peut varier avec l'énergie et, ainsi, déplacer et déformer le cercle décrit dans le plan complexe. En effet, l'amplitude totale peut s'écrire [24] :

$$a_j(W) = \frac{\rho e^{2i\delta} - 1}{2i} = \frac{1}{2i} \left(\frac{\Gamma_{el}}{\Gamma} \right) e^{2i\delta_f} \cdot e^{2i\phi(W)} + A_j(W)$$

$$\text{avec } \cotg \phi(W) = \left(\frac{\frac{\Gamma}{2}}{W_R - W} \right)$$

δ_f est la phase du fond ;

$A_j(W)$ comprend les contributions des canaux non résonnants et de δ_f .

Si $A_j(W)$ est indépendant de l'énergie dans la zone de la résonance, l'amplitude a_j décrit un cercle centré sur l'extrémité de $\vec{A}_j(W)$ et de rayon $\frac{\Gamma_{el}}{\Gamma}$. La figure 2 de l'Appendice II montre les relations entre les différents paramètres de l'amplitude totale $a_j(W)$ et la figure 3 donne deux exemples caractéristiques de la contribution d'un fond important.

Par analogie avec l'amplitude de Breit-Wigner pour un seul canal, la masse et la largeur des effets résonnants seront tirés de la variation avec l'énergie de la section efficace partielle considérée et, d'autre part, de la variation de la vitesse du point extrémité du vecteur $\vec{a}_j$ dans le plan complexe (cf. Appendice II). Dans les deux cas, la masse sera prise à la valeur maximale et la largeur le sera à mi-hauteur.

Discussion des résultats

Dans la période qui précédait les analyses en déphasages récentes (celles du Tableau I), les résultats expérimentaux de la diffusion π -nucléon aux énergies inférieures à 2 GeV avaient permis de soupçonner la présence des résonances numérotées de 2 à 4 : D_{13} (1515 MeV), F_{15} (1680 MeV), F_{37} (1920 MeV), ainsi que l'"épaule" de la section efficace totale π^+p vers la masse de 1660 MeV (fig. 1). Les analyses en déphasages, en particulier celle qui constitue le présent travail, ont établi l'existence de ces résonances et ont fait apparaître des résonances

nouvelles qui sont discutées maintenant, en commençant par l'état d'isospin 3/2.

L'onde S_{31} présente un maximum d'absorption et une rapide décroissance de la phase à une masse du système π^- - nucléon (énergie totale dans le système du centre de masse) voisine de 1650 MeV. La figure 16 donne une comparaison des résultats des analyses du CERN, de Berkeley (résultats préliminaires) et de Saclay. La zone ombrée qui définit un domaine dans lequel sont, en gros, contenues les trois solutions, donne une idée de l'indétermination des paramètres. Lorsque l'amplitude partielle $a_{S_{31}}$ est représentée dans le plan complexe, la zone ombrée qui correspond à celle du diagramme en $\rho \delta$ est caractéristique d'un effet résonnant se superposant à un fond fortement répulsif (cf. Appendice II, fig. 3). L'importance du fond non résonnant peut expliquer la différence entre les masses et largeurs évaluées d'après la courbe de section efficace totale et celle du modèle de la vitesse de $\vec{a}_{\ell, j}$.

La décroissance du paramètre d'inélasticité jusqu'à 700 MeV a d'abord été observée au début de 1965 dans les analyses de Chilton et du CERN. Peu après, l'analyse de Saclay [18a] poursuivie jusqu'à 1000 MeV a clairement montré le comportement circulaire de l'amplitude $\vec{a}_j$ et, par là, la nature résonnante de l'effet. Les tentatives d'interprétation seront présentées par la suite, parallèlement à celles des effets de l'onde S_{11} .

Dans l'état d'isospin 3/2, les deux autres résonances qui se manifestent le plus dans le canal élastique, sont la résonance P_{33} , purement élastique, dont la masse et la largeur sont respectivement 1236 MeV et 115 MeV, et la résonance F_{37} . Celle-ci est trouvée du type quasi-élastique dans la présente analyse, alors que celles du CERN et de Berkeley obtiennent un passage par 0° de la phase. La masse est supérieure d'environ 40 MeV à celle que donne le maximum de la section efficace totale $\pi^+ p$ (1920 MeV) (cf. Tableaux V et VI et fig. 17).

Il faut signaler dès maintenant que les résultats des analyses aux masses supérieures à 1750 MeV/c² (énergie cinétique du π incident supérieure à 1015 MeV) comportent plus de doute que ceux des énergies inférieures. D'une part, les énergies pour lesquelles les mesures sont relativement complètes sont espacées d'environ 100 MeV (au lieu de moins de 50 MeV à plus basse énergie) et, de plus, certains résultats sont affectés de biais (cf. fig. 5 pour $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^+ p)$ à 1300 MeV). Des mesures nouvelles de sections efficaces et de polarisation sont nécessaires dans ce domaine afin de parvenir à des conclusions irréfutables. Par ailleurs, l'étude des réactions inélastiques actuellement en cours à Saclay [25] et dans d'autres laboratoires (Berkeley, Oxford, ...) peut approfondir et clarifier les effets observés, ainsi que découvrir des résonances de faible élasticité.

En dehors de l'isobare de 1236 MeV, l'onde P_{33} présente, vers 1700 MeV, et dans chacune des trois analyses, un maximum de l'absorption. En dessous de 1750 MeV, les tracés dans le plan complexe des solutions de Saclay et Berkeley ont l'apparence d'un arc de cercle décrit dans le sens trigonométrique. Un comportement similaire a lieu dans l'analyse du CERN à des masses plus élevées (2000 - 2100 MeV) (fig. 16). Cependant, la masse présentée dans le Tableau VI est en accord avec celles que donnent les analyses de Berkeley et de Saclay.

Les ondes P_{31} , D_{33} , D_{35} , F_{35} présentent, aux masses respectives voisines de 1950, 1680, 1950 et 1910 MeV, des maximums de l'absorption (fig. 16 et 17). Dans le plan complexe, le comportement circulaire caractéristique d'une résonance se manifeste plus ou moins selon la variation de la phase, aux mêmes masses, qui diffère d'une analyse à l'autre. L'analyse du CERN, qui implique une certaine variation de l'un des deux paramètres (δ , ρ) si l'autre est supposé connu grâce au lissage réalisé par les relations de dispersion, classe ces divers effets en résonances probables (P_{31} , F_{35}) ou douteuses (D_{33} , D_{35}). Leurs élasticités sont voisines de 0,2 (cf. Tableau VI).

Les ondes G_{37} et G_{39} sont pratiquement nulles dans tout le domaine d'énergie. Plusieurs résonances apparaissent aussi dans l'état d'isospin 1/2.

L'onde S_{11} présente deux effets très marqués. Le premier est caractérisé par une chute brusque du paramètre d'inélasticité observée dans plusieurs analyses, depuis 1965 (Chilton CERN, Livermore, Saclay, Hawaii, ...). Dans les analyses de Saclay et Berkeley, le maximum de l'absorption s'accompagne d'un maximum de la phase ($\approx 30^\circ$) et produit ainsi dans le plan complexe une boucle décrite suivant le sens trigonométrique (fig. 18). Un second arc de cercle important se développe ensuite et s'interprète comme une résonance de masse voisine de 1700 MeV (tableau V). Cet effet apparaissait nettement dans la première analyse de Saclay [18a], puis dans celle de Chilton [12]. Les analyses récentes du CERN et de Berkeley le confirment (fig. 18).

Ces résonances seront discutées par la suite.

L'onde P_{11} présente d'abord une résonance du type quasi-élastique, à une masse voisine de 1470 MeV (Tableaux V et VI). L'existence de cette résonance a été pendant longtemps mise en doute ; sa mise en évidence a pour origine des mesures de la diffusion inélastique proton-proton [26, 27] dans lesquelles le spectre en énergie des protons diffusés à petit angle montrait un maximum à la masse du système π -nucléon de 1400 MeV, en plus de celles de 1520 et 1690 MeV, relatives aux maximums de la section efficace totale π^-p . Par la suite, des mesures précises de sections efficaces totales $\pi^\pm p$ réalisées à Saclay [23] ont montré que, vers 1400 MeV, un maximum avait lieu dans l'état d'isospin 1/2 et que, s'il était dû à une résonance, le moment angulaire total de celle-ci était 1/2. La première analyse de Livermore [11a] montra ensuite clairement l'existence de la résonance. L'analyse de Saclay (1965) [18a] confirma cet effet alors que celles de Chilton et du CERN observaient une décroissance de la phase après le passage par 90° . La figure 18 montre que les analyses les plus récentes sont maintenant en accord sur la nature quasi-élastique de cette résonance.

La question qui se pose actuellement est de savoir si la résonance P_{11} (1740 MeV) et le maximum observé vers 1400 - 1430 MeV dans les spectres des protons diffusés dans les réactions p-p [28] et π -p [29], ont la même origine. La détermination de la masse du maximum est obtenue par ajustement d'une courbe de Breit-Wigner sur un fond généralement important. Bien que probablement présents, des effets d'interférence peuvent difficilement expliquer un tel déplacement du maximum. D'autre part, l'interprétation du maximum en tant qu'effet cinématique a été envisagée [30], mais les résultats les plus récents [29] semblent écarter cette hypothèse. Une autre explication pourrait provenir de la variation du déphasage P_{11} . Celui-ci est répulsif jusque vers 1270 MeV, ce qui correspond à une longueur de diffusion négative. Le fond qui en résulte ($\delta_f = -15^\circ$) [31] fait subir au cercle résonnant une rotation sur lui-même d'un angle $-2\delta_f$ (cf. figure de l'Appendice II), qui ramène l'énergie de la résonance à environ 1430 MeV.

Ainsi, la présence du maximum de 1400-1430 MeV serait compatible avec l'existence de la résonance P_{11} . Cependant, la méthode de détermination de la masse de la résonance d'après le modèle de la vitesse de $\vec{a}_j$ est en désaccord avec cette interprétation, puisque la vitesse maximale est atteinte à l'énergie résonnante W_R qui est trouvée égale à 1505 MeV (Tableau V).

De façon générale, il faut remarquer que les ondes de moment angulaire peu élevé (ondes S et P) sont entachées des plus fortes incertitudes dans les analyses en déphasages (cf. chapitre IV). De nouvelles mesures, particulièrement des distributions angulaires d'échange de charge seraient nécessaires pour préciser le comportement de P_{11} aux énergies de la résonance, et à des énergies plus élevées où les résultats des trois analyses récentes diffèrent. Dans les analyses de Saclay et Berkeley, le paramètre d'inélasticité décroît à nouveau et s'annule presque vers 1620 MeV. L'analyse du CERN indique une résonance qui reste à confirmer vers 1750 MeV (Tableau VI).

Les trois analyses sont en bon accord au sujet de la résonance D_{13} de masse 1510 MeV (fig. 18) (Tableaux V et VI). L'analyse du CERN indique une résonance probable de faible

élasticité (0,26) vers 2060 MeV (Tableau VI). Pour cet effet et ceux qui apparaissent dans la même analyse pour les ondes P_{13} et F_{17} , aux masses respectives de 1863 et 1983 MeV, les remarques relatives aux résultats expérimentaux au-dessus du GeV faites au paragraphe précédent restent valables.

Des discussions de la variation des coefficients C_n et D_n des développements en polynômes de Legendre des distributions angulaires élastiques et de polarisation avaient permis de soupçonner l'existence d'un fort effet dans l'onde D_{15} [32]. Un comportement résonnant du type inélastique (δ passe par 0°), fut clairement établi dans la première analyse de Saclay, puis dans celle de Chilton qui obtenait une résonance du type quasi-élastique. Cette résonance contribue au maximum de la section efficace totale π^-p à 900 MeV. Les trois analyses récentes sont en bon accord pour cette onde, ainsi que pour l'onde résonnante F_{15} qui contribue aussi au maximum de 900 MeV (figure 19 et Tableaux V et VI).

Les ondes G restent très petites dans le domaine des masses analysé, à l'exception de l'onde G_{17} qui prend des valeurs positives croissantes vers 2000 MeV. L'analyse du CERN obtient par une extrapolation aux masses supérieures une résonance de masse 2265 MeV, largeur 298 MeV et élasticité 0,349.

Les sections efficaces partielles et la vitesse de l'extrémité de l'amplitude $\vec{a}_j$ dans le plan complexe, relatives au présent travail, sont représentées en fonction de l'énergie totale dans le système du centre de masse sur la figure 20.

En résumé, les trois analyses sont en accord pour les résonances S_{31} (1695 MeV), F_{37} (1975 MeV), S_{11} (1535 MeV et 1710 MeV), P_{11} (1470 MeV), D_{13} (1510 MeV), D_{15} (1680 MeV) et F_{15} (1690 MeV).

Certains autres effets apparaissent dans au moins deux des analyses : P_{33} (1700 MeV), D_{35} (1950 MeV), F_{35} (1910 MeV) et P_{11} ($\simeq$ 1700 MeV).

Leur faible élasticité (dans l'hypothèse d'un effet résonnant) et les doutes émis dans le chapitre III au sujet des résultats expérimentaux, principalement pour les masses supérieures à 1750 MeV, laissent penser qu'il est prématuré de leur associer les nombres quantiques d'un état résonnant. Il semble prudent d'attendre des éclaircissements provenant de l'étude de la diffusion inélastique π -nucléon et de nouvelles mesures de la diffusion élastique ;

Interprétations phénoménologiques des résonances de la diffusion π -nucléon

Il n'est pas question ici de faire le point des nombreuses publications relatives aux résonances de la diffusion π -nucléon. Néanmoins, il semble utile de rappeler certaines tentatives qui cherchent à établir des corrélations entre des effets apparaissant dans les diffusions élastiques et inélastiques et dont les mécanismes seraient communs.

Les résonances D_{13} (1510 MeV), F_{15} (1690 MeV) et F_{37} (1975 MeV) semblent être produites par des interactions fortement attractives dans le canal élastique, comme le montrera au paragraphe suivant le résumé d'une théorie dynamique de la diffusion π -nucléon. Cependant, des contributions de mécanismes inélastiques ne sont pas à exclure. Les résultats de l'étude de la diffusion inélastique actuellement en cours [25] permettront de préciser l'importance de processus tels que $\pi N \rightarrow N^* \pi$ et $\pi N \rightarrow N(\pi\pi)$ (N^* signifie un état excité du nucléon et $(\pi\pi)$ une résonance bosonique). Par exemple, les réactions : $\pi^-p \rightarrow N_{33}^* (1236) + \pi$ où le méson π est émis dans une onde S par rapport à l'isobare, et $\pi^-p \rightarrow \rho N$ peuvent être à la base du mécanisme de formation de la résonance D_{13} (1510 MeV). Les processus $\pi N \rightarrow f_0 N$ et $\pi N^* \rightarrow f_0 N^*$ ont été également proposés pour les résonances F_{15} (1690 MeV) et F_{37} (1975 MeV).

Par contre, peu d'explications ont été proposées pour la résonance D_{15} (1680 MeV).

La résonance P_{11} (1470 MeV) a été reliée à l'importante interaction dans le

système $(\pi\pi)_I = 0, L = 0$ à basse énergie [33]. En effet, la figure 15 montre la rapide montée observée près du seuil de la section efficace totale de la voie $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$. Si, dans cette réaction, le système $(\pi\pi)_I = J = 0$ est produit en onde S par rapport au neutron, les nombres quantiques de l'état initial sont P_{11} .

Les résonances S_{11} (1535 MeV) et S_{31} (1695 MeV) se caractérisent par la présence d'un fond important, respectivement attractif et répulsif (cf. fig. 3 de l'Appendice II). L'effet dans S_{11} a été relié à l'importante section efficace de production du méson η , à peine au-dessus du seuil de la réaction (fig. 21). De plus, la distribution angulaire du η suggère que la production a lieu principalement dans l'onde S [18E], [34]. Plusieurs interprétations basées sur l'approximation de portée effective pour plusieurs canaux ont été proposées; elles sont résumées dans [35]. Chacune d'elles requiert, pour expliquer les résultats expérimentaux, la présence d'un pôle de la matrice de réaction situé près du seuil (au-dessus ou au-dessous) de production du η .

Une interprétation similaire a été proposée pour la résonance S_{31} (1695 MeV) [37]; elle requiert une forte production au seuil d'un méson X dans la réaction $\pi^+p \rightarrow X + N$. Or, un méson X d'isospin 1 (ou 2) et de masse voisine de celle du η n'a pas été jusqu'à présent mis en évidence. Une autre interprétation serait de relier S_{31} à une forte production de la résonance P_{33} (1236 MeV) dans la réaction $\pi^+p \rightarrow N_{33}^* \pi$, l'isobare P_{33} étant émis dans une onde D par rapport au méson π . L'état présent de l'analyse des réactions $\pi^+p \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi^+\pi^0p \\ \pi^+\pi^+n \end{array} \right.$ dans le cadre du modèle isobarique généralisé [25] n'est pas en faveur de cette hypothèse.

La deuxième résonance dans l'onde S_{11} (1710 MeV) n'a pas pour l'instant reçu d'interprétation.

La progression de ce genre d'interprétations demanderait surtout de nouveaux résultats expérimentaux et théoriques de la diffusion inélastique π - nucléon.

Aperçu des propriétés systématiques des amplitudes partielles déduites de la dynamique de l'interaction π - nucléon :

Devant le nombre croissant de résonances du système π - nucléon, le problème de comprendre leurs relations dynamiques a été abordé par plusieurs physiciens théoriciens. Il n'est pas question ici de citer ou de résumer les travaux théoriques relatifs à la diffusion π - nucléon dans le domaine des résonances. Le paragraphe qui suit se propose seulement de donner un aperçu qualitatif d'une théorie limitée au domaine où la diffusion élastique est prépondérante et dont les prédictions sont en bon accord avec les résultats des analyses en déphasages.

Pour la diffusion π - nucléon, les propriétés d'invariance de Lorentz et d'indépendance de charge permettent de réduire à 2 le nombre des amplitudes indépendantes, pour chaque état d'isospin. (cf. Appendice I). Les autres propriétés générales d'unitarité, de symétrie de croisement et d'analyticité constituent la base d'une théorie de la diffusion π - nucléon qui a pour origine les travaux de LOW [38], CHEW et LOW [39] et CHEW et al. (CGLN [40]). Des travaux plus récents ont en particulier été réalisés par HAMILTON et al. [41]. Un aperçu schématique des méthodes employées est donné pour faire apparaître les propriétés systématiques des amplitudes partielles.

Cette théorie utilise des relations de dispersion pour les amplitudes partielles $f(s)$ qui permettent de calculer avec un nombre peu élevé de paramètres les forces dues aux processus d'échange de particules qui dominent dans le domaine d'énergies considéré.

Les singularités des amplitudes partielles $f_{\ell,j}^{(I)}(s) = \frac{1}{q} a_{\ell,j}^{(I)}$ sont plus compliquées que celles des amplitudes invariantes $A(s, t)$ et $B(s, t)$. Cependant, la conservation du moment angulaire et de la parité, et l'expression de l'unitarité revêtent des formes simples pour

les amplitudes partielles.

Aux singularités de l'amplitude de $T(s, t, u)$ pour la diffusion élastique π - nucléon données par la représentation de MANDELSTAM [42] (coupure physique dans chacune des trois voies et états liés), il correspond pour l'amplitude $f_\ell(s)$ l'ensemble des singularités représentées sur la figure 22 [43].

a) la coupure pour $s_{\text{réel}} > (m + \mu)^2$ est la coupure physique qui consiste en un ensemble de coupures ayant pour origine les seuils des canaux inélastiques,

b) les coupures qui proviennent de la coupure physique dans le canal croisé u ($u > (m + \mu)^2$)

$$\left\{ \begin{array}{l} -\infty < s < -(m^2 - \mu^2) \\ -(m^2 - \mu^2) < s < (m - \mu)^2 \end{array} \right.$$

c) les coupures correspondant à celles de la voie t : ($t > 4\mu^2$)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{le cercle entier } |s| = (m^2 - \mu^2) \\ -\infty < s < 0 \end{array} \right.$$

d) Eventuellement, le pôle du nucléon dans le canal direct à $s = m^2$ (celui-ci existe dans les amplitudes T^- et T^0 relatives à $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$ et $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$).

e) le pôle du nucléon dans le canal croisé ($u = m^2$) auquel correspond la coupure courte : $(m - \frac{\mu^2}{m}) < s < m^2 + 2\mu^2$.

f) des singularités dues à des facteurs cinématiques :

- un pôle à $s = W^2 = 0$ qui vient du facteur en $1/W^2$ dans l'expression des amplitudes d'hélicité f_1 et f_2 (appendice II).

- une coupure $-\infty < s < 0$ qui vient du facteur $W = \sqrt{s}$ dans les amplitudes f_1 et f_2 .

Dans le plan de la variable s , $f_\ell(s)$ s'exprime au moyen de la formule de Cauchy par :

$$f(s) = \frac{1}{2\pi i} \left(\int_{C_1} + \int_{C_2} + \int_{C_3} \right) \frac{f(s')}{s' - s} ds'$$

Les contours C_1, C_2, C_3 sont indiqués sur la figure 23, le cercle de rayon infini étant négligé. Comme $f(s^*) = (f(s))^*$, les discontinuités Δf à travers l'axe réel sont égales à $2 \text{Im } f$; la relation de dispersion s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \text{Re } f(s) = \frac{1}{\pi} P \left\{ \int_{(m+\mu)^2}^{+\infty} + \int_{(m-\frac{\mu^2}{m})^2}^{m^2+2\mu^2} + \int_{-\infty}^{(m-\mu)^2} \right\} \frac{\text{Im } f(s')}{s' - s} ds' + \\ + \frac{1}{2\pi i} \int_{\text{cercle}} \frac{\Delta f(s')}{s' - s} ds' + \frac{R(m^2)}{s - m^2} + \frac{R(0)}{s} \end{aligned} \quad (1)$$

$R(m^2)$ et $R(0)$ sont respectivement les résidus de f pour $s = m^2$ et $s = 0$.

Les différentes singularités engendrent des forces de plus ou moins longue portée *)

*) En théorie non relativiste du potentiel, il est montré [44] que l'extrémité de la coupure non physique est d'autant plus éloignée de la région physique que la portée du potentiel est courte.

suivant leur distance à la région physique. Le facteur $\frac{1}{s' - s}$ dans la relation de dispersion (1) atténue en principe les effets des singularités lointaines ; cependant, il est en général trop faible. La "méthode périphérique" de HAMILTON et al. [41] part du fait que le facteur de barrière centrifuge pour $\ell \geq 1$ empêche les mésons π de basse énergie d'être soumis aux forces de courte portée et que des variations brusques de $f(s)$ peuvent seulement provenir des singularités proches. L'influence plus ou moins bien connue des singularités lointaines donc, est éliminée par l'utilisation de l'amplitude $F_\ell(s) = \frac{f_\ell(s)}{q^{2\ell}}$ à la place de $f_\ell(s)$ dans la relation de dispersion (1). Par exemple, le facteur $\frac{1}{q^2}$ est de l'ordre de $\frac{1}{\mu^2}$ dans la région de la coupure courte, alors qu'il est voisin de $\frac{1}{m^2}$ dans la zone μ^2 de la coupure de gauche lointaine ($s < 0$). Ainsi pour $\ell \geq 2$, la coupure $-\infty < s \leq 0$ et la partie arrière du cercle ($\phi > 66^\circ$) sont ignorées. Pour les ondes S et P ($\ell \leq 1$), la suppression des interactions de très courte portée est moins importante ; des soustractions sont alors faites pour les ondes S en utilisant des valeurs connues des amplitudes partielles (longueurs de diffusion). Pour les ondes P, la coupure $-\infty \leq s \leq 0$ est remplacée par un pôle ajustable de façon à reproduire les valeurs des longueurs de diffusion.

Les effets des singularités non physiques proches sont alors calculés en supposant qu'ils proviennent de 4 processus d'échange simples :

- l'échange du nucléon (fig. 24a), qui provient du pôle dans la voie croisée ($\frac{1}{u - m^2}$) et dont la contribution de longue portée est la coupure courte. Celle-ci est remplacée par un pôle situé à $s \simeq m^2$.
- la coupure physique croisée $0 \leq s \leq (m - \mu)^2$ dont la contribution dominante est l'isobare Δ_{33} (1236 MeV), car le facteur en $1/q^{2\ell}$ supprime la contribution des isobares de masses plus élevées. Cette coupure est représentée par le diagramme d'échange de l'isobare Δ_{33} (fig. 24b).
- la contribution du cercle provenant des singularités dans la voie t ($\pi \bar{\pi} \rightarrow N \bar{N}$). La partie qui correspond à des effets de longue portée, est l'avant du cercle, soit dans la voie t , le domaine $4\mu^2 \leq t \leq t_{\max}$. C'est donc la diffusion $\pi - \pi$ à basse énergie qui donne la contribution principale. Cet effet peut se décrire spatialement comme la collision d'un méson π incident avec un π du nuage qui entoure le nucléon. Il est représenté par les deux diagrammes d'échange de la figure 24c. L'un correspond à l'échange d'un boson $I = 0$, $J = 0$ de basse énergie et l'autre à celui d'un boson $I = 1$, $J = 1$, qui est le méson ρ .

Les calculs relatifs à ces 4 processus d'échange ont permis [37] de déduire des propriétés systématiques des amplitudes partielles dans le domaine des énergies du π incident inférieures à 500 MeV.

Pour l'échange du nucléon et pour ℓ et j donnés, les relations suivantes interviennent :

$$\frac{I = 1/2}{I = 3/2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{D'autre part, pour } \ell \text{ et } I \text{ donnés, } \frac{j = \ell - 1/2}{j = \ell + 1/2} \approx -\frac{1}{2\ell} \text{ avec } 1 \leq \ell \leq 3.$$

L'interaction est la plus forte pour les états $I = 3/2$, $j = \ell + 1/2$; elle est attractive dans les états P_{33} , F_{37} et répulsive dans l'état D_{35} .

L'échange de l'isobare Δ_{33} entraîne, pour ℓ et j donnés :

$$\frac{I = 3/2}{I = 1/2} \approx \frac{1}{4},$$

et, pour ℓ et I donnés :

$$\frac{j = \ell + 1/2}{j = \ell - 1/2} \approx \frac{1}{4}$$

L'interaction est prépondérante pour $I = 1/2$, $j = \ell - 1/2$; elle est attractive pour P_{11} et F_{15} , et répulsive pour D_{13} .

L'échange d'un boson ($I = 0$, $J = 0$) conduit, pour un ℓ donné à

$$\frac{I = 1/2}{I = 3/2} = 1 \qquad \frac{j = \ell - 1/2}{j = \ell + 1/2} \approx 1$$

L'échange du méson ρ entraîne, pour ℓ et J donnés, $\frac{I = 3/2}{I = 1/2} = -\frac{1}{2}$

et pour ℓ et I donnés : $\frac{j = \ell + 1/2}{j = \ell - 1/2} \approx -\frac{1}{5} (\ell = 1) ; -\frac{1}{3} (\ell = 2, 3) .$

L'interaction est la plus forte dans les états $I = 1/2$, $j = \ell - 1/2$; elle est alors toujours attractive.

Les amplitudes partielles peuvent alors être classées en 4 catégories :

a) ($I = 1/2$, $j = \ell - 1/2$) : l'échange du ρ est alors fort et attractif et domine les autres interactions ; des effets importants sont attendus pour P_{11} , D_{13} , F_{15} , G_{17} , ... Ici, P_{11} est associé au nucléon lui-même qui peut être considéré comme un état lié dans l'amplitude P_{11} . L'importance de l'interaction de très courte portée empêche d'obtenir des prédictions valables pour l'onde P_{11} , dans le cadre de ce modèle périphérique.

b) ($I = 3/2$, $j = \ell + 1/2$). L'échange du nucléon est fort et attractif pour les valeurs de ℓ impaires ; l'échange du ρ est aussi attractif, mais plus faible. Des effets importants sont attendus pour P_{33} , F_{37} , H_{311} , ... Pour les valeurs de ℓ paires, l'échange du nucléon est répulsif et domine les autres interactions.

c) ($I = 1/2$, $j = \ell + 1/2$),

d) ($I = 3/2$, $j = \ell - 1/2$).

Aucune des interactions d'échange du nucléon, de l'isobare Δ_{33} ou du méson ρ n'est très importante ; cette dernière est répulsive et interdit la présence d'effets résonnants.

Les prédictions fournies par cette méthode sont en bon accord avec les résultats expérimentaux des analyses en déphasages au-dessous de 500 à 600 MeV (énergie du π incident).

VI - CONCLUSION

Le présent travail a pour origine des mesures de la polarisation du proton de recul dans la diffusion élastique $\pi^\pm p$ aux énergies de 410 et 490 MeV [11E, 12E] et des mesures des sections efficaces totales $\pi^\pm p$ dans le domaine 300 - 700 MeV [26E]. Ces expériences avaient en vue le prolongement à haute énergie des analyses en ondes partielles de la diffusion π -nucléon, l'un des buts étant de préciser la nature des maximums de la section efficace totale $\pi^- p$ à 600 et 900 MeV, avec l'espoir que les difficultés rencontrées lors de l'analyse réalisée à 310 MeV [6] ne seraient pas insurmontables aux énergies supérieures.

Les analyses développées à 410 et 490 MeV établirent l'existence d'une solution pratiquement unique [7] caractérisée par la résonance de l'onde P_{11} (1470 MeV) et la croissance de l'onde D_{13} précédemment signalées par les analyses de Livermore et du CERN.

Grâce à l'ensemble de mesures précises de distributions angulaires élastiques et de polarisation effectuées à Nimrod, nous avons pu prolonger l'analyse au delà de 500 MeV et établir l'existence des résonances S_{31} (1695 MeV), F_{37} (1975 MeV), S_{11} (1710 MeV), et montrer l'énergie complexe du maximum de la section efficace totale $\pi^- p$ à 900 MeV qui se dédouble en une résonance F_{15} (1690 MeV) de nature quasi-élastique et une résonance inélastique D_{15} (1680 MeV).

Les mesures des sections efficaces différentielles élastiques et des polarisations du proton de recul au delà de 1 GeV sont encore assez fragmentaires. De plus ^{*}), une étude critique des résultats expérimentaux (cf. chapitre III) a montré que les données expérimentales existantes ne sont pas totalement satisfaisantes.

La comparaison des résultats des 3 analyses les plus récentes (CERN, Berkeley, et Saclay) montre que, au moins 2 d'entre elles à la fois suggèrent plus ou moins fortement l'existence de résonances supplémentaires de faible élasticité : P_{33} (1700 MeV), D_{33} (1680 MeV), D_{35} (1950 MeV), F_{35} (1910 MeV), P_{11} (1700 MeV).

Des mesures plus précises et plus serrées en énergie des distributions angulaires et des polarisations dans les diffusions élastiques $\pi^\pm p$ et d'échange de charge, entre 1 et 2 GeV sont nécessaires pour établir définitivement l'existence de ces nouvelles résonances.

Par ailleurs, une étude détaillée des voies inélastiques [25] devrait apporter des informations nouvelles sur les résonances de faible élasticité, préciser les modes de désexcitation des résonances connues et mettre en évidence les relations existant entre le canal élastique et certains mécanismes de production.

^{*}) Mis à part la résonance de l'onde F_{37} (1975 MeV) qui semble maintenant bien établie en accord avec les analyses du CERN et de Berkeley.

APPENDICE I

Développement en ondes partielles de la diffusion élastique π - nucléon Expression des grandeurs mesurables en fonction des amplitudes partielles

La conservation de l'énergie - impulsion permet d'écrire l'élément de matrice S qui relie l'état initial $|i\rangle$ à l'état final $|f\rangle$ sous la forme [45] :

$$S_{if} = \langle f | i \rangle - i \delta^4(\underline{K}_f - \underline{K}_i) T_{if}$$

$\underline{K}$ étant le quadrivecteur impulsion.

La forme la plus générale de l'amplitude T invariante de Lorentz qui conserve la parité est [40] :

$$T = -A + i (\underline{\gamma} \cdot \underline{Q}) B$$

où $\underline{Q} = \frac{1}{2} (\underline{q}_i + \underline{q}_f)$, ($\underline{q}$ = quadrimoment du π) ;

$\underline{\gamma}$ sont les matrices de Dirac.

Les amplitudes A et B sont des fonctions scalaires des variables cinématiques s et t , c'est-à-dire de l'énergie et de l'angle de diffusion. La conservation de l'isospin dédouble ces amplitudes suivant les deux états $1/2$ et $3/2$ de l'isospin.

L'amplitude de transition T se relie à la matrice de diffusion à deux composantes définie dans le système du centre de masse, moyennant le choix de la représentation de Dirac pour les matrices $\underline{\gamma}$ (le spin du nucléon étant défini dans son centre de masse) :

$$\langle f | M | i \rangle = - \frac{m}{4\pi W} \bar{u}_f T_{if} u_i$$

où u_i et u_f sont les spineurs de Dirac des états initial et final du nucléon,

$|i\rangle$, $|f\rangle$ sont les spineurs de Pauli des états initial et final du nucléon,

W est l'énergie totale dans le centre de masse,

et m la masse du nucléon.

M s'exprime sous la forme :

$$M = f_1(\theta) + \frac{(\underline{\sigma} \cdot \underline{q}_f)(\underline{\sigma} \cdot \underline{q}_i)}{\underline{q}_i \cdot \underline{q}_f} f_2(\theta)$$

$f_1(\theta)$ et $f_2(\theta)$ sont les amplitudes d'hélicité [46],

$\underline{\sigma}$ est le spin du nucléon,

et θ l'angle de diffusion dans le système du centre de masse.

Les amplitudes f_1 et f_2 sont reliées aux amplitudes A et B par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = \frac{E + m}{8 \pi W} [A + (W-m) B] \\ f_2 = \frac{E - m}{8 \pi W} [-A + (W+m) B] \end{array} \right.$$

Elles s'expriment en fonction des amplitudes directes $f(\theta)$ et de retournement de spin $g(\theta)$ dans lesquelles les nombres quantiques utilisés sont le moment angulaire total j et le moment orbital ℓ . Il est donc possible de transcrire dans le cas relativiste les résultats du formalisme non relativiste ^{*)} pour lequel la matrice de diffusion s'écrit :

$$M = f(\theta) + i g(\theta) \vec{\sigma} \cdot \vec{n}$$

$$\text{où } \vec{n} = \frac{\vec{q}_i \times \vec{q}_f}{|\vec{q}_i \times \vec{q}_f|}$$

Une démonstration générale est donnée par WICK [47].

Les amplitudes $f(\theta)$ et $g(\theta)$ s'expriment en fonction des amplitudes d'hélicité :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\theta) = f_1(\theta) + f_2(\theta) \cdot \cos \theta \\ g(\theta) = -f_2(\theta) \end{array} \right.$$

Elles se développent en fonction des amplitudes partielles a_j :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\theta) = \lambda \sum_{\ell=0}^{\infty} \left[(\ell+1) a_{\ell+} + \ell a_{\ell-} \right] P_{\ell}(\cos \theta) = \lambda \sum_{j=\frac{1}{2}}^{\infty} \left(j + \frac{1}{2} \right) \left[a_{j-} P_{j-\frac{1}{2}}(\cos \theta) + a_{j+} P_{j+\frac{1}{2}}(\cos \theta) \right] \\ g(\theta) = \lambda \sum_{\ell=0}^{\infty} \left[a_{\ell+} - a_{\ell-} \right] P_{\ell}^1(\cos \theta) = \lambda \sum_{j=\frac{1}{2}}^{\infty} \left[a_{j-} P_{j-\frac{1}{2}}^1(\cos \theta) - a_{j+} P_{j+\frac{1}{2}}^1(\cos \theta) \right] \end{array} \right.$$

$$\text{où } a = \frac{1}{2i} (\rho \cdot e^{2i\delta} - 1).$$

δ est le déphasage et ρ le paramètre d'inélasticité qui exprime la diffusion dans les canaux autres que le canal élastique ($0 \leq \rho \leq 1$)

$$\lambda = \frac{\hbar}{q}$$

$a_{j\pm}$ ou $a_{\ell\pm}$ sont les amplitudes partielles pour les états $j = \ell \pm \frac{1}{2}$.

^{*)} Dans certains cas où les polarisations entrent en jeu, des précautions sont nécessaires pour passer du référentiel dans lequel les grandeurs sont mesurées à celui du centre de masse de la réaction, la polarisation du nucléon étant définie dans son centre de masse. Elles sont indiquées dans la suite du chapitre.

$P_\ell^a(\cos \theta)$ et $P_\ell^m(\cos \theta)$ sont, respectivement, les polynômes et polynômes associés de Legendre.

En fonction des deux états $\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{2}$ du système π -nucléon, les amplitudes observables sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} a^+ = a^{3/2} \\ a^- = \frac{1}{3} (a^{3/2} + 2a^{1/2}) \\ a^\circ = \frac{\sqrt{2}}{3} (a^{3/2} - a^{1/2}) \end{array} \right.$$

Les indices supérieurs signifient :

$$\left\{ \begin{array}{l} + \pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \\ - \pi^- p \rightarrow \pi^- p \\ \circ \pi^- p \rightarrow \pi^0 n \end{array} \right.$$

Les grandeurs mesurables s'expriment en fonction des amplitudes f et g . Soit un faisceau de mésons π diffusé par une cible de protons polarisés dont la polarisation est $\vec{P}_c$. Pour un angle de diffusion θ du π dans le système du centre de masse, la section efficace différentielle $\sigma(\theta)$ et la polarisation $P(\theta)$ du nucléon diffusé sont données par :

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) &= |f|^2 + |g|^2 - 2 \operatorname{Im} f^* \cdot g (\vec{P}_c \cdot \vec{n}) \\ \sigma(\theta) \cdot \vec{P}(\theta) &= -2 \operatorname{Im} f^* \cdot g \cdot \vec{n} - 2 \operatorname{Re} f^* \cdot g (\vec{n} \times \vec{P}_c) \\ &\quad + (|f|^2 + |g|^2) (\vec{n} \cdot \vec{P}_c) - (|f|^2 - |g|^2) \left[\vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{P}_c) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

1) Cible de protons non polarisés : ($\vec{P}_c = 0$)

Il est alors possible de mesurer la section efficace différentielle et la polarisation du nucléon diffusé à condition de rediffuser celui-ci sur un noyau dont le pouvoir analyseur est connu.

La distribution angulaire élastique s'écrit :

$$\sigma(\theta) = |f|^2 + |g|^2$$

Elle peut être développée en polynômes de Legendre sous la forme :

$$\sigma(\theta) = \lambda^2 \sum_{n=0}^{2\ell_{\max}} C_n P_n(\cos \theta)$$

où les coefficients C_n sont liés aux amplitudes partielles par :

$$C_n = \sum_{\ell\ell'jj'} \alpha_n \operatorname{Re} (a_{\ell j}^* a_{\ell' j'})$$

La polarisation $P(\theta)$ du nucléon de recul est déduite de la mesure de l'asymétrie "gauche-droite" $\mathcal{E}$, après rediffusion du nucléon sur un noyau de pouvoir analyseur $\mathcal{A}(T, \theta')$.

$$\mathcal{E}(\theta) = \frac{\sigma(\phi) - \sigma(\phi + \pi)}{\sigma(\phi) + \sigma(\phi + \pi)} = P(\theta) \cdot \mathcal{H}(T, \theta') \cdot \cos \phi$$

ϕ est l'angle azimutal dans la diffusion π - nucléon,

T et θ' sont l'énergie et l'angle de diffusion du nucléon dans la diffusion nucléon - noyau analyseur.

La polarisation du nucléon est donnée par :

$$\vec{P}(\theta) = \frac{2 \operatorname{Im} f^* \cdot g}{\sigma(\theta)} \cdot \vec{n}$$

Les coefficients D_n du développement en polynômes de Legendre de

$$\frac{1}{\sin \theta} P(\theta) \cdot \sigma(\theta) = \lambda^2 \sum_{n=0}^{2\ell_{\max} - 1} D_n P_n(\cos \theta)$$

sont reliés aux amplitudes partielles par :

$$D_n = \sum_{\ell \ell' j j'} \beta_n \operatorname{Im} (a_{\ell j}^* a_{\ell' j'})$$

2) Cas d'une cible de protons polarisés normalement au plan de la diffusion : $\vec{P}_c = \pm P_c \cdot \vec{n}$

$$\sigma_{\pm}(\theta) = |f|^2 + |g|^2 \pm 2 \operatorname{Im} f^* g \cdot P_c$$

$$\sigma_{\pm}(\theta) \cdot \vec{P}_{\pm}(\theta) = -2 \operatorname{Im} f^* \cdot g \cdot \vec{n} \pm (|f|^2 + |g|^2) P_c \cdot \vec{n}$$

La mesure de σ_+ et σ_- permet d'obtenir la polarisation du nucléon diffusé au moyen de :

$$\mathcal{E}(\theta) = \frac{\sigma_+(\theta) - \sigma_-(\theta)}{\sigma_+(\theta) + \sigma_-(\theta)} = -2 \operatorname{Im} f^* g \cdot P_c$$

3) Cas d'une cible de protons polarisés dans le plan de la diffusion π - nucléon

La relation (1) s'écrit alors

$$\sigma(\theta) \cdot \vec{P}(\theta) = -2 \operatorname{Im} f^* g \cdot \vec{n} - 2 \operatorname{Re} f^* g (\vec{n} \times \vec{P}_c) + (|f|^2 - |g|^2) \cdot \vec{P}_c$$

Si la polarisation $\vec{P}$ du nucléon final est analysée par diffusion de celui-ci sur un noyau de pouvoir analyseur connu $\mathcal{H}(T, \theta')$, il est possible d'atteindre les composantes $\operatorname{Re} f^* g$ et $(|f|^2 - |g|^2)$. Les plans des deux diffusions étant perpendiculaires, la mesure d'une asymétrie "haut-bas" dans les conditions suivantes donne :

$$a) \vec{P}_c = \pm P_c \cdot \vec{q}_f$$

$$\mathcal{E}(\theta) = \frac{\sigma_+(\theta) - \sigma_-(\theta)}{\sigma_+(\theta) + \sigma_-(\theta)} = -2 \operatorname{Re} f^* \cdot g \cdot P_c \cdot \mathcal{H}(T, \theta')$$

$$b) \vec{P}_c = \pm P_c \cdot (\vec{n} \times \vec{P}_c)$$

$$\mathcal{E}(\theta) = \frac{\sigma_+(\theta) - \sigma_-(\theta)}{\sigma_+(\theta) + \sigma_-(\theta)} = (|f|^2 - |g|^2) \cdot P_c \cdot \mathcal{A}(T, \theta')$$

Pratiquement, ces composantes sont atteintes de façon plus indirecte. D'une part, il est difficile expérimentalement de polariser la cible suivant des axes liés à la direction $\vec{q}_f$ du nucléon diffusé. Elle est en réalité polarisée suivant la direction $\vec{q}_i$ du méson π incident, ou bien normalement à celle-ci. Une combinaison des composantes connue sous le nom de paramètres de rotation A et R [48] est alors mesurée :

$$\left\{ \begin{array}{l} R(\theta) = \frac{-2 \operatorname{Re} f^* g}{|f|^2 + |g|^2} \sin \theta + \frac{|f|^2 - |g|^2}{|f|^2 + |g|^2} \cos \theta \\ A(\theta) = \frac{-2 \operatorname{Re} f^* g}{|f|^2 + |g|^2} \cos \theta - \frac{|f|^2 - |g|^2}{|f|^2 + |g|^2} \sin \theta \end{array} \right.$$

D'autre part, les paramètres de rotation ont été définis par WOLFENSTEIN [48] dans un formalisme non relativiste. Pour la diffusion π - nucléon, les effets relativistes sont à considérer.

Plusieurs travaux [49] ont été développés pour établir une définition relativiste de la polarisation. Celle-ci, définie dans le système où la particule est au repos, peut être représentée, dans tout référentiel, par un pseudo-vecteur d'espace. Les propriétés de transformation de ce pseudo-vecteur au cours d'un changement de référentiel ont été établies. Dans le cas d'une collision de deux particules, le passage du système du laboratoire où la polarisation est analysée à celui du centre de masse, fait subir au vecteur polarisation une rotation autour de la normale au plan de diffusion, égale à $(\theta/2 - \theta_{\text{lab}})$. Cette rotation n'affecte pas les résultats des paragraphes précédents 1) et 2) puisque la polarisation est perpendiculaire au plan de diffusion. Par contre, elle affecte les résultats du paragraphe 3) ; les paramètres de rotation s'écrivent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{-2 \operatorname{Re} f^* g}{|f|^2 + |g|^2} \cos(\theta - \theta_{\text{lab}}) - \frac{|f|^2 - |g|^2}{|f|^2 + |g|^2} \sin(\theta - \theta_{\text{lab}}) \\ R = \frac{-2 \operatorname{Re} f^* g}{|f|^2 + |g|^2} \sin(\theta - \theta_{\text{lab}}) + \frac{|f|^2 - |g|^2}{|f|^2 + |g|^2} \cos(\theta - \theta_{\text{lab}}) \end{array} \right.$$

où θ_{lab} est l'angle de diffusion du nucléon dans le système du laboratoire.

Les expressions qui suivent sont également utilisées dans l'analyse. La section efficace élastique vers l'avant est donnée par :

$$\sigma(0^\circ) = \left[\operatorname{Re} f(0^\circ) \right]^2 + \left[\frac{\sigma_{\text{tot}}}{4\pi\lambda} \right]^2$$

où le deuxième terme entre crochets provient du théorème optique.

L'amplitude invariante B s'exprime en fonction des amplitudes partielles sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} B &= \frac{\lambda}{E+m} \sum_{\ell} \left[(a_{\ell+} P'_{\ell+1}(\cos \theta) - a_{\ell-} P'_{\ell-1}(\cos \theta)) \right] + \\ &+ \frac{\lambda}{E-m} \sum_{\ell} (a_{\ell-} - a_{\ell+}) P'_{\ell}(\cos \theta) \end{aligned}$$

Elle s'écrit encore :

$$\frac{1}{4\pi\lambda^3} B = \sum_{\ell} \left\{ \ell \left(\ell + \frac{E}{m} \right) a_{\ell-} - (\ell + 1) \left(\ell + 1 - \frac{E}{m} \right) a_{\ell+} \right\}$$

où E est l'énergie totale du nucléon dans le système du centre de masse
et m sa masse.

Effets électromagnétiques

Les amplitudes de diffusion utilisées dans ce chapitre ne tiennent pas compte des effets coulombiens dans les diffusions $\pi^\pm p \rightarrow \pi^\pm p$. Ceux-ci ont été introduits dans le programme d'analyse par l'utilisation d'une méthode développée par ROPER [50]. Les amplitudes coulombiennes non relativistes obtenues en résolvant l'équation de Schrödinger avec un potentiel coulombien sont introduites, ainsi que les corrections relativistes développées au premier ordre en α (α est la constante de structure fine).

Le déphasage total sur le moment angulaire total, $j = \ell \pm 1$ est relié au déphasage nucléaire par :

$$\begin{cases} \alpha_{\ell^\pm}^{(+)} = \alpha_{\ell^\pm} + \phi_{\ell^\pm} \\ \alpha_{\ell^\pm}^{(-)} = \alpha_{\ell^\pm} - \phi_{\ell^\pm} \end{cases}$$

où $\phi_{\ell^\pm}$ est le déphasage coulombien total d'ordre ℓ qui comprend la partie coulombienne non-relativiste ϕ_ℓ et la correction relativiste $\Delta \phi_{\ell^\pm}$

$$\phi_{\ell^\pm} = \phi_\ell + \Delta \phi_{\ell^\pm}$$

Pour la diffusion d'échange de charge $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$, le déphasage coulombien est pris égal à la moitié de celui de la diffusion $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$ [51].

APPENDICE II

Paramètres caractéristiques des états résonnants

En l'absence de diffusion inélastique, l'amplitude partielle résonnante a_j s'écrit [45] :

$$a_j = \frac{e^{2i\delta} - 1}{2i} = e^{i\delta} \sin \delta = \frac{1}{\cotg \delta - i}$$

Au voisinage de l'énergie résonnante W_R pour laquelle δ atteint 90° , $\cotg \delta$ varie linéairement autour de 0 et peut donc s'écrire :

$$\cotg \delta = \frac{W_R - W}{\Gamma/2}$$

soit

$$a_j = \frac{\Gamma/2}{(W_R - W) - i\Gamma/2}$$

Γ , fonction de W lentement variable est la largeur de la résonance.

Dans le cas d'une diffusion par un potentiel, l'application du critère de causalité a permis à WIGNER [52] de démontrer que δ doit passer par 90° en croissant, assez rapidement pour que $\frac{1}{\Gamma} \gg -\frac{R}{2v}$ où R est la région d'interaction et v la vitesse du paquet d'ondes.

L'expression de l'amplitude résonnante a_j peut être reliée à la présence d'un pôle dans le plan complexe de la variable q :

$$\text{soit } f_j = \frac{a_j}{q} = \frac{1}{q \cotg \delta - iq} \quad \text{avec} \quad q \cotg \delta = \frac{q_R^2 - q^2}{\Gamma}$$

pour une onde s . (Une onde de moment orbital ℓ donnerait $q^{(2\ell+1)}$ $\cotg \delta$ au lieu de $q \cotg \delta$).

Si Γ est petit, f_j s'écrit :

$$f_j = \frac{-\Gamma}{(q + i\Gamma/2)^2 - q_R^2} = \frac{-\Gamma}{(q + i\Gamma/2 - q_R)(q + i\Gamma/2 + q_R)}$$

ce qui correspond à 2 pôles localisés à $q = q_R - i\Gamma/2$ et $q = -q_R - i\Gamma/2$. Le pôle situé à $q = q_R - i\Gamma/2$ est près de la région physique qui est le demi-axe réel positif ; il peut ainsi engendrer d'importants effets sur les grandeurs mesurables puisque a_j est infini pour $q = q_R$.

Remarque : En théorie relativiste, lorsque la variable $s = W^2$ est utilisée, $\cotg \delta$ se développe alors sous la forme :

$$\sqrt{\frac{s - 4\mu^2}{4s}} \cotg \delta = \frac{s - s_R}{\Gamma}$$

où μ est la masse du méson π .

$$\text{soit } f_j = \frac{\Gamma \sqrt{\frac{s - 4\mu^2}{4s}}}{s_R - s - i\Gamma \sqrt{\frac{s - 4\mu^2}{4s}}}$$

L'amplitude résonnante a_j s'écrit $a_j = \frac{1}{\mathcal{E} - i}$ avec $\mathcal{E} = \frac{W_R - W}{\Gamma}$. Dans le plan complexe, elle décrit, suivant le sens trigonométrique, le cercle de diamètre 1 et de rayon $(0, i/2)$ [53].

Par ailleurs, le module de la vitesse de l'extrémité du vecteur $\vec{a}_j$ est relié à $\mathcal{E}$ par :

$$\left| \frac{d\vec{a}_j}{d\mathcal{E}} \right| = \frac{1}{\mathcal{E}^2 + 1} = \text{Im } a_j$$

La section efficace de l'onde résonnante s'écrit :

$$\sigma_{\text{tot}}^j = 4\pi \lambda^2 \left(j + \frac{1}{2}\right) |a_j|^2 = 4\pi \lambda^2 \left(j + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{\mathcal{E}^2 + 1} = \pi \lambda^2 \left(j + \frac{1}{2}\right) \frac{\Gamma^2}{(W_R - W)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

C'est la formule bien connue de Breit-Wigner, valable au voisinage de W_R .

Les deux grandeurs (vitesse et section efficace) se déduisent directement des résultats expérimentaux. Elles donnent dans ce cas la même masse (valeur au maximum) et la même largeur (valeur à mi-hauteur). Elles sont cependant toutes deux mentionnées car elles seront utilisées par la suite dans des cas où elles pourront conduire à déterminations différentes.

Lorsque plusieurs canaux sont ouverts, un formalisme différent est nécessaire pour relier un canal initial donné à un canal final différent ou identique. La matrice T , généralisation pour un système à multi-canaux de l'amplitude de diffusion est définie à partir de la matrice S par [24]

$$S_{if} = \delta_f + 2i \frac{1}{q_i} \frac{1}{q_f} T_{if}$$

$\frac{1}{q^2}$ est une matrice diagonale qui permet d'écrire $S^\dagger S = 1$ sans facteurs cinématiques additionnels.

La matrice K est une matrice réelle symétrique, pour les différents canaux ouverts α :

$$T_{if} = \sum_{\alpha} K_{f\alpha} (\delta_{\alpha i} + i q_{\alpha} T_{\alpha i})$$

$$T = K (1 + i q T)$$

La matrice K peut être diagonalisée, les valeurs propres étant réelles et égales à $1/\cotg \delta_{\alpha}$. Le même ensemble d'états propres $|\alpha\rangle$ diagonalise aussi la matrice T :

$$T|\alpha\rangle = \frac{1}{\cotg \delta_{\alpha} - i} |\alpha\rangle. \text{ Comme ceux-ci forment un ensemble complet il est possible}$$

d'écrire pour chaque canal $|i\rangle = \sum_{\alpha} C_{i\alpha} |\alpha\rangle$ où les coefficients C sont réels et orthogonaux

$$\sum_{\alpha} C_{i\alpha} C_{f\alpha} = \delta_{if}.$$

L'amplitude partielle s'écrit alors :

$$T_{if} = \sum_{\alpha} \frac{C_{i\alpha} C_{f\alpha}}{\cotg \delta_{\alpha} - i}$$

Si l'une des valeurs propres de K devient infinie à l'énergie $W = W_R$, l'amplitude T_{if} est résonnante à l'énergie W_R , par analogie avec le cas d'un seul canal.

Si, à l'exception du déphasage résonnant, les déphasages δ_{α} sont petits au voisinage de W_R (résonance isolée), l'amplitude partielle s'écrit :

$$T_{if} = a_{if} \simeq \frac{C_{iR} - C_{fR}}{\cotg \delta_R - i}$$

L'approximation linéaire de $\cotg \delta_R$ autour de 0 donne la formule de Breit-Wigner pour des canaux multiples :

$$a_{if} = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{\Gamma_i \Gamma_f}}{(W_R - W) - i \frac{\Gamma}{2}}$$

où $\Gamma_i = \Gamma C_{i\alpha}^2$ est la largeur partielle pour le canal i , supposée constante.

En posant $x_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma}$, $\sum x_i = 1$, les relations suivantes sont obtenues :

pour la diffusion élastique : $a_{el} = \frac{x_{el}}{\varepsilon - i}$

$x_{el} = \frac{\Gamma_{el}}{\Gamma}$ est l'élasticité de la résonance

pour un canal sortant α $a_{i\alpha} = \frac{\sqrt{x_i} \sqrt{x_{\alpha}}}{\varepsilon - i}$

Si l'élasticité x_{el} varie peu au voisinage de W_R , l'amplitude a_{λ} décrit encore une portion de cercle centré sur l'axe imaginaire mais dont le diamètre est maintenant égal à x_{el} .

Le déphasage total η_j devient complexe et est lié à l'amplitude partielle a_j par :

$$a_j = \frac{\eta_j - 1}{2i} \text{ avec } |\eta_j| \leq 1.$$

L'amplitude a_j s'écrit habituellement :

$$a_j = \frac{\rho_j \cdot e^{2i\delta_j} - 1}{2i}$$

où δ est réel ; ρ est le diamètre d'inélasticité ($0 \leq \rho \leq 1$).

Le lien entre l'amplitude partielle a_j et les paramètres δ et ρ apparaît sur le graphique de la figure 25. Les expressions des sections efficaces s'en déduisent :

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{max}} \frac{x_{el}^2}{\varepsilon^2 + 1} = \sigma_{\text{max}} \frac{1 - \rho \cos 2\delta}{2} = \sigma_{\text{max}} \cdot \overline{OI}$$

$$\sigma_{el} = \sigma_{\text{max}} \frac{(x_{el})^2}{\varepsilon^2 + 1} = \sigma_{\text{max}} \frac{1 + \rho^2 - 2\rho \cos 2\delta}{4} = \sigma_{\text{max}} \cdot \overline{OA}^2$$

$$\sigma_{inel} = \sigma_{max} \frac{x_{el} (1 - x_{el})}{\varepsilon^2 + 1} = \sigma_{max} \frac{1 - \rho^2}{4} = \sigma_{max} \frac{1 - 4\overline{CA}^2}{4}$$

avec $\sigma_{max} = 4 \pi \tilde{\lambda}^2 (j + \frac{1}{2})$

Remarque : Habituellement, une résonance pour laquelle $x_{el} \gg 0,5$ est dite quasi-élastique. La phase δ atteint 90° en croissant à l'énergie W_R . Une résonance dont $x < 0,5$ est dite inélastique. La phase δ franchit 0° en décroissant à l'énergie W_R .

Lorsque, par ailleurs, un fond de mêmes nombres quantiques se superpose à l'état résonnant, l'amplitude totale au voisinage de l'énergie résonnante s'écrit [24] :

$$a_j(W) = \frac{\rho \cdot e^{2i\delta} - 1}{2i} = \frac{1}{2i} \left(\frac{\Gamma_{el}}{\Gamma} \right) e^{2i\delta_f} e^{2i\phi(W)} + A_j(W)$$

$$\text{avec } \cotg \phi(W) = \left(\frac{\Gamma}{2(W_R - W)} \right)$$

δ_f est la phase du fond dans l'état considéré

$A_j(W)$ comprend les contributions des canaux non résonnants et de δ_f .

Si $A_j(W)$ est indépendant de l'énergie dans la zone de la résonance, l'amplitude a_j décrit un cercle dont le centre est l'extrémité de $\vec{A}_j(W)$ et de rayon $\frac{\Gamma_{el}}{\Gamma}$. La phase résonnante $\phi(W)$ varie de 0 à 2π et décrit le cercle.

Le sommet du cercle ne correspond pas à l'énergie résonnante W_R à cause du fond δ_f (voir figure 26). Sur le cercle résonnant, la vitesse est maximale à l'énergie résonnante W_R .

Le déphasage δ et le paramètre d'inélasticité ρ sont indiqués sur la figure. A l'énergie résonnante ces paramètres n'ont plus une valeur caractéristique comme dans le cas d'une résonance isolée.

Deux cas typiques sont présentés sur la figure 27 ; ils sont relatifs à une résonance de faible élasticité x qui se superpose à un fond respectivement attractif ou répulsif.

Si le fond $A_j(W)$ n'est plus indépendant de l'énergie W , le comportement circulaire peut alors être fortement perturbé et la position du pôle de la matrice s définie par $(W_R - W)$ et Γ est très mal déterminée puisque δ_f , Γ et A_j varient avec l'énergie.

Lorsque ce formalisme est appliqué au voisinage du seuil d'un des canaux, il est utile de considérer une matrice réduite K_R restreinte aux canaux ouverts et aux canaux fermés dont les seuils sont très près du domaine d'énergie considéré. Une approximation de portée effective peut alors être développée [54] pour la matrice : $R^{-1} = q^\ell K_R^{-1} q^\ell$ avec le développement :

$$R^{-1} = R^{-1}(W_S) + r(W - W_S) + \dots$$

où W_S est l'énergie seuil du canal considéré.

RÉFÉRENCES

- [1] H.L. ANDERSON, E. FERMI, R. MARTIN, D.E. NAGLE - Phys. Rev. 91, 155 (1953)
- [2] R.R. WILSON - Phys. Rev. 110, 1212 (1958)
J.C. BRISSON, J.F. DETOEUF, P. FALK-VAIRANT, L. Van ROSSUM, G. VALLADAS
Nuovo Cimento, 19, 210 (1961) et les références citées dans cet article
- [3] J.A. HELLAND, T.J. DEVLIN, D.E. HAGGE, M.J. LONGO, B.J. MOYER,
C.D. WOOD - Phys. Rev. 134, B1062 (1964) et
J.A. HELLAND, C.D. WOOD, T.J. DEVLIN, D.E. HAGGE, M.J. LONGO,
B.J. MOYER, V. PEREZ-MENDEZ - Phys. Rev. 134, B1079 (1964)
- [4] R. OMNES, G. VALLADAS - C.R. Conf. Intern. sur les Particules Elémentaires,
Aix-en-Provence 1961, Vol. I, p. 467
- [5] P. AUVIL, C. LOVELACE
Nuovo Cimento, 33, 473 (1964)
- [6] O.T. VIK, H.R. RUGGE - Phys. Rev., 129, 2311 (1963)
- [7] P. BAREYRE, C. BRICMAN, M.J. LONGO, G. VALLADAS, G. VILLET, G. BIZARD,
J. DUCHON, J.M. FONTAINE, J.P. PATRY, J. SEGUINOT, J. YONNET - Phys.
Rev. Letters, 14, 878 (1965)
P. BAREYRE, C. BRICMAN, G. VILLET - Phys. Rev. Letters, 14, 881 (1965)
P. BAREYRE - Proc. Roy. Soc., 289 A, 463 (1966)
- [8] P.J. DUKE, D.P. JONES, M.A.R. KEMP, P.G. MURPHY, J.D. PRENTICE,
J.J. THRESHER - Phys. Rev., 149, 1077 (1966)
- [9] L.D. ROPER - Rapport interne, Université de Californie (Livermore)
- [10] W.M. LAYSON - Nuovo Cimento, 20, 1207 (1961)
- [11] L.D. ROPER - Phys. Rev. Letters, 12, 340 (1964)
L.D. ROPER, R.M. WRIGHT - Phys. Rev., 138, B921 (1965)
L.D. ROPER, R.M. WRIGHT, B.T. FELD - Phys. Rev., 138, B190 (1965)

- [12] B.H. BRANDSEN, P.J. O'DONNELL, R.G. MOORHOUSE
Phys. Letters, 11, 339 (1964)
Phys. Letters, 19, 420 (1965)
Phys. Rev., 139, B1566 (1965)
- [13] M. HULL, F. LIN — Phys. Rev., 139, B630 (1965)
- [14] G. BREIT, M.H. HULL, Jr., K.E. LASSILA, K.D. PYATT, Jr., — Phys. Rev.
120, 2227 (1960)
- [15] P. AUVEL, C. LOVELACE, A. DONNACHIE, A.T. LEA
Phys. Letters, 12, 76 (1964)
A. DONNACHIE, A.T. LEA, C. LOVELACE
Phys. Letters, 19, 146 (1965)
A. DONNACHIE, R.G. KIRSOPP, A.T. LEA, C. LOVELACE
Intern. Conference on High Energy Physics, Berkeley 1966
C. LOVELACE — Proc. Heidelberg 1967 Intern. Conf. Elementary particles, p. 79
- [16] A. DONNACHIE, J. HAMILTON, A.T. LEA — Phys. Rev. 135, B515 (1964)
J. HAMILTON — Strong Interactions and high energy physics
Ed. R.G. MOORHOUSE (Oliver et Boyd, Londres, 1964) pp. 281 - 370
- [17] R.A. ARNDT, M.H. Mc GREGOR — Methods in Computational Physics, Vol. 6,
Ed. B. ALDER, S. FERNBACH, M. ROTENBERG (Academic Press, New York 1966)
pp. 253-296
- [18] P. BAREYRE, C. BRICMAN, A.V. STIRLING, G. VILLET — Phys. Letters, 18,
342 (1965)
P. BAREYRE, C. BRICMAN, G. VILLET — Phys. Rev. 165, 1730 (1968)
- [19] C.H. JOHNSON — Thèse, Rapport UCRL 17683 (1967)
- [20] R. HÜPER — Zeitschrift für Physik, 181, 426 (1964)
K.D. DRAXLER, R. HÜPER — Phys. Letters, 20, 199 (1966)
- [21] G. HÖHLER, G. EBEL, J. GIESECKE — Zeitschrift für Physik, 180, 430 (1964)
et communication privée
- [22] P. BAREYRE, C. BRICMAN, G. VILLET — Rapport CEA R-3401 (1967)
- [23] P. BAREYRE, C. BRICMAN, G. VALLADAS, G. VILLET, J. BIZARD, J. SEGUINOT
Phys. Letters, 8, 137 (1964)
- [24] R.H. DALITZ — Annual Review of Nuclear Science, 13, 339 (1963)
A. DONNACHIE — Particle Interactions at High Energies, p. 330, éd : Preist et
Vick (Oliver and Boyd, Edinburgh)
- [25] M. DE BEER, B. DELER, J. DOLBEAU, M. NEVEU, NGUYEN THUC DIEM,
G. SMADJA, G. VALLADAS — Nuclear Physics, à paraître
J.P. MERLO — Thèse, rapport CEA R-3414 (1967)

- [26] G. COCCONI, E. LILLETHUN, J.P. SCANLON, C.A. STAHLBRANDT, C.C. TING, J. WALTERS, A.M. WETHERELL — Phys. Letters, 8, 134 (1964)
- [27] G.B. CHADWICK, G.B. COLLINS, P.J. DUKE, T. FUJII, N.C. HIEN, M.A.R. KEMP, F. TURKOT — Phys. Rev. 128, 1823 (1962)
- [28] G. ALEXANDER, O. BENARY, U. MAOR — Weizmann Institute of Science, Rehovoth, Rapport, Août 1967 — (Dans ce rapport sont compilés les résultats relatifs à la diffusion proton-proton. Le tableau 3 donne les références des mesures de production d'isobares dans la diffusion p-p).
- [29] R.B. BELL, D.J. CRENNELL, P.V.C. HOUGH, U. KARSHON, K.W. LAI, J.M. SCARR, T.G. SCHUMANN, I.O. SKILLICORN, R.C. STRAND, A.H. BACHMAN, P. BAUMEL, R.M. LEA, A. MONTWILL — Phys. Rev. Letters, 20, 164 (1968), et les références citées pour la production d'isobares dans la diffusion inélastique π -p.
- [30] E. GELLERT, G.A. SMITH, S. WOJCICKI, E. COLTON, P.E. SCHLEIN, H.K. TICHIO — Phys. Rev. Letters, 17, 884 (1966)
- [31] A.H. ROSENFELD — Rapport UCRL 16 968 (1966)
- [32] P.J. DUKE, D.P. JONES, M.A.R. KEMP, P.G. MURPHY, J.D. PRENTICE, J.J. THRESHER, H.H. ATKINSON, C.R. COX, K.S. HEARD — Phys. Rev. Letters, 15, 468 (1965)
- [33] C. LOVELACE, R.M. HEINZ, A. DONNACHIE — Phys. Letters, 22, 332 (1966) et les références données dans cet article.
- [34] W.B. RICHARDS, C.B. CHIU, R.D. EANDI, A.C. HELMHOLZ, R.W. KENNEY, B.J. MOYER, J.A. POIRIER, R.J. CENCE, V.Z. PETERSON, N.K. SEHGAL, V.J. STENGER — Phys. Rev. Letters, 16, 1221 (1966) et W.B. RICHARDS — Rapport UCRL 16 195 (1965)
- [35] A.T. DAVIES, R.G. MOORHOUSE — Nuovo Cimento, 52A, 1112 (1967)
- [36] W.G. JONES, D.M. BINNIE, A. DUANE, J.P. HORSEY, D.C. MASON, J.A. NEWTH, I.U. RAHMAN, J. WALTERS, N. HORWITZ, P. PALIT — Phys. Letters 23, 597 (1966)
- [37] J. HAMILTON — High Energy Physics, éd. E.H.S. Burhop (Academic Press, New York, 1967), Vol. I, p. 193
- [38] F.E. LOW — Phys. Rev., 97, 1392 (1955)
- [39] G.F. CHEW, F.E. LOW — Phys. Rev., 101, 1570 (1956)
- [40] G.F. CHEW, M.L. GOLDBERGER, F.E. LOW, Y. NAMBU — Phys. Rev., 106, 1337 (1957)
- [41] A. DONNACHIE, J. HAMILTON, A.T. LEA — Phys. Rev., 135, B515 (1964), et les références citées dans l'exposé général de cette théorie par J. HAMILTON (réf. [37])

- [42] S. MANDELSTAM — Phys. Rev., 112, 1344 (1958)
- [43] S. Mc DOWELL — Phys. Rev., 116, 774 (1959)
- [44] M. FROISSART, R. OMNES — Les Houches, 1965 : Physique des hautes énergies, (Gordon et Breach), p. 89-186
- [45] A. BERTHELOT — Matrice S, résonances, relations de dispersion, Cours de 2ème année de 3e Cycle de Physique Nucléaire Approfondie, Faculté des Sciences, Paris (1964-1965)
- [46] M. JACOB, G.C. WICK — Ann. Phys., 7, 404 (1959)
- [47] G.C. WICK — Les Houches, 1965 : Physique de haute énergie (Gordon et Breach), p. 1 - 52
- [48] L. WOLFENSTEIN — Phys. Rev., 96, 1654 (1954)
- [49] H.P. STAPP — Phys. Rev., 103, 425 (1956)
CHOU KUANG-CHAO, M.I. SHIROKOV — Soviet Phys. JETP 7, 851 (1958)
C. BOUCHIAT, L. MICHEL — Nucl. Phys., 5, 416 (1958)
- [50] L.D. ROPER — Thèse, M.I.T. Cambridge (1963)
- [51] R.A. SORENSEN — Phys. Rev., 112, 1813 (1958)
- [52] E.P. WIGNER — Phys. Rev., 98, 145 (1955)
- [53] R.D. TRIPP — Varenna, 1964 : Strong Interactions (Academic Press) p. 70 - 140
- [54] M.H. ROSS, G.L. SHAW — Ann. Phys., 9, 39 (1960) ; 13, 147 (1961)

RÉFÉRENCES RELATIVES AUX RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

- [1E] J.H. FOOTE, O. CHAMBERLAIN, E.H. ROGERS, H.M. STEINER — Phys. Rev., 122, 959 (1961)
- [2E] J.H. FOOTE, O. CHAMBERLAIN, E.H. ROGERS, H.M. STEINER, C.E. WIEGAND, T. YPSILANTIS — Phys. Rev., 122, 948 (1961)
- [3E] H.R. RUGGE, O.T. VIK — Phys. Rev., 129, 2300 (1963)
- [4E] J. F. ARENS — Communication privée.
- [5E] D.L. LIND, B.C. BARISH, R.J. KURZ, P.M. OGDEN, V. PEREZ-MENDEZ — Phys. Rev., 138, B1509 (1965)
- [6E] R.E. HILL, N.E. BOOTH, R.J. ESTERLING, D.L. JENKINS, N.H. LIPMAN, H.R. RUGGE, O.T. VIK — Bul. Am. Phys. Soc., 9, 410 (1964)
- [7E] I.M. VASILEVSKY, V.V. VISHNYAKOV, I.M. IVACHENKO, L.I. LAPIDUS, I.N. SILIN, A.A. TYAPKIN, V.A. SCHEGELSKY — Phys. Letters, 23, 174 (1966)
- [8E] P.M. OGDEN, D.E. HAGGE, J.A. HELLAND, M. BANNER, J.F. DETOEUF, J. TEIGER — Phys. Rev., 137, B1115 (1965)
- [9E] D.F. DICKINSON, J.A. HELLAND, V. PEREZ-MENDEZ — Phys. Letters, 20, 549 (1966)
- [10E] M. BANNER, J.F. DETOEUF, M.L. FAYOUX, J.L. HAMEL, J. MOVCHET, L. van ROSSUM, J. CHEZE, J. TEIGER, J. ZSEMBERY — Nuovo Cimento, 50 A, 431 (1967)
- [11E] P. BAREYRE, C. BRICMAN, M.J. LONGO, G. VALLADAS, G. VILLET, G. BIZARD, J. DUCHON, J.M. FONTAINE, J.P. PATRY, J. SEGUINOT, J. YONNET — Phys. Rev. Letters, 14, 198 (1965)
- [12E] P. BAREYRE, C. BRICMAN, M.J. LONGO, G. VALLADAS, G. VILLET, G. BIZARD, J. DUCHON, J.M. FONTAINE, J.P. PATRY, J. SEGUINOT, J. YONNET — Phys. Rev. Letters, 14, 878 (1965)

- [13E] C.B. CHIU — Thèse, Rapport UCRL 6209 ;
et C.B. CHIU, R.D. EANDI, A.C. HELMHOLZ, R.W. KENNEY, B.J. MOYER,
J.A. POIRIER, W.B. RICHARDS, R.J. CENCE, V.Z. PETERSON, N.K. SEHGAL,
V.J. STENGER — Phys. Rev. 156, 1415 (1967)
- [14E] J.A. HELLAND, C.D. WOOD, T.J. DEVLIN, D.E. HAGGE, M.J. LONGO,
B.J. MOYER — Phys. Rev., 134, 1062 (1964)
- [15E] R.D. EANDI, T.J. DEVLIN, R.W. KENNEY, P.G. Mc MANIGAL, B.J. MOYER —
Phys. Rev., 136, B536 (1964)
- [16E] J.A. HELLAND, C.D. WOOD, T.J. DEVLIN, D.E. HAGGE, M.J. LONGO,
B.J. MOYER, V. PEREZ-MENDEZ — Phys. Rev., 134, B1079 (1964)
- [17E] O. CHAMBERLAIN, M.J. HANSROUL, C.H. JOHNSON, P.D. GRANNIS,
L.E. HOLLOWAY, L. VALENTIN, P.R. ROBRISH, H.M. STEINER — Phys. Rev.
Letters, 17, 975 (1966), et communication privée .
M.J. HANSROUL — Thèse, Rapport UCRL 17263
- [18E] F. BULOS, R.E. LANOU, A.E. PIFER, A.M. SHAPIRO, M. WIDGOFF, R. PANVINI,
A.E. BRENNER, C.A. BORDNER, M.E. LAW, E.E. RONAT, K. STRAUCH,
J. SZYMANSKI, P. BASTIEN, B.B. BRABSON, Y. EISENBERG, B.T. FELD,
V.K. FISCHER, I.A. PLESS, L. ROSENSON, R.K. YAMAMOTO, G. CALVELLI,
L. GUERRIERO, G.A. SALANDIN, A. TOMASIN, L. VENTURA, C. VOGL,
F. WALDNER — Phys. Rev. Letters, 13, 558 (1964)
- [19E] P.J. DUKE, P.J. JONES, M.A.R. KEMP, P.G. MURPHY, J.D. PRENTICE,
J.J. THRESHER — Phys. Rev., 149, 1077 (1966)
- [20E] P.J. DUKE, D.P. JONES, M.A.R. KEMP, P.G. MURPHY, J.J. THRESHER,
C.R. COX, K.S. HEAD, J.D. PRENTICE, R. ATKINSON — Rapport RHEL/M/128,
Rutherford High Energy Laboratory (1967)
- [21E] L. BERTANZA, A. BIGI, R. CARRARA, R. CASALI — Nuovo Cimento, 44A, 712
(1966)
- [22E] R.D. EANDI, T.J. DEVLIN, R.W. KENNEY, P.G. Mc MANIGAL, B.J. MOYER —
Phys. Rev., 136, B1187 (1964)
- [23E] W. BUSZA, D.G. DAVIS, B.G. DUFF, R.E. JENNINGS, F.F. HEYMANN,
D.T. WALTON, E.H. BELLAMY, T.F. BUCKLEY, P.V. MARCH, A. STAFANINI,
J.A. STRONG — Nuovo Cimento, 42, A 871 (1966)
- [24E] S. SUMA, A. YOKOSAWA, N. BOOTH, R. ESTERLING, R. HILL — Phys. Rev.
Letters, 15, 560 (1965)
- [25E] A.S. CARROLL, A.B. CLEGG, I.F. CORBETT, C.S.J. DAMERELL, N. MIDLEMAS,
D. NEWTON, T.W. QUIRK, W.S.C. WILLIAMS — Proc. Roy. Soc., 289A, 513
(1966)
- [26E] G. BIZARD, J. DUCHON, J. SEGUINOT, J. YONNET, P. BAREYRE, C. BRICMAN,
G. VALLADAS, G. VILLET — Nuovo Cimento, 44A, 999 (1966)

- [27E] A.V. STIRLING — Thèse, Rapport CEA R-2838 (1965)
- [28E] J. TEIGER — Communication privée ;
et R.L. COOL, G. GIACOMELLI, T.F. KYCIA, B.A. LEONTIC, K.K. LI,
A. LUNDBY, J. TEIGER, C. WILKIN — A paraître.
- [29E] T.J. DEVLIN, J. SOLOMON, G. BERTSCH — Phys. Rev. Letters, 14, 1031 (1965)
- [30E] T.J. DEVLIN, B.J. MOYER, V. PEREZ-MENDEZ — Phys. Rev., 125, 690 (1962)
J.C. BRISSON, J.F. DETOEUF, P. FALK-VAIRANT, L. van ROSSUM, G. VALLADAS
Nuovo Cimento, 19, 210 (1961)
- [31E] J.C. BRISSON, P. FALK-VAIRANT, J.P. MERLO, P. SONDEREGGER, R. TURLAY,
G. VALLADAS, 1961, Aix-en-Provence, Intern. Conf. on Elementary Particles, Vol. I,
p. 45.

Manuscrit reçu le 10 juin 1968

TABLEAU I

Laboratoire	Domaines d'énergies	Méthode d'analyse	Hypothèses de départ
Livermore [11]	0 - 350 MeV 300 - 800 " 0 - 700 "	Analyse simultanée de toutes les éner- gies .	Développements en polynômes de l'impulsion pour δ et ρ et formules de Breit - Wigner pour les résonances.
Chilton [12]	300 - 700 MeV 350 - 1100 "	"	Dépendance en énergie réa- lisée par l'emploi de rela- tions de dispersion pour l'inverse des amplitudes partielles a_{ℓ} .
Yale [13]	0 - 350 MeV	"	Ondes F calculées au moyen de relations de dispersion
Hawaii [17]	300 - 700 MeV	Analyse réalisée une énergie à la fois.	Absence de résonances du type quasi-élastique.
CERN [15]	300 - 700 MeV 700 - 1100 " 0 - 2000 "	" et lissage par les relations de disper- sion pour les ampli- tudes partielles .	Prédictions données par les relations de dispersion pour les moments angulaires élevés.
Saclay [18]	0 - 1000 MeV 300 - 1600 "	"	aucune
Berkeley [19]	400 - 1600 MeV	"	aucune

Caractéristiques des principales analyses en déphasages
effectuées aux énergies inférieures à 2 GeV.

TABLEAU II

T _π MeV	Nombre de données expérimentales					χ ² total		χ ² /N		REFERENCES	
	σ ⁺	P ⁺	σ ⁻	P ⁻	σ ^o	total*	Sol A	Sol B	Sol A		Sol B
310	24	4	29	30	13	104	108.6		1.25		[11] [12] [13] [14] [15] [16]
	24	4	29	6	13	80	76.2		1.16		[17]
370	18		24	6	12	64	45.8		1.04		[18] [19] [15]
410	35	12	36	12		99	90.9		1.16		[18] [20] [21]
492	40	12	33	12	20	121	98.7	137.8	0.99	1.38	[18] [20] [21] [22] [23]
533	16	8	16	9	21	74	39.8	56.3	0.8	1.13	[24] [25] [26] [23]
581	17	10	17	11	21	80	80	120.8	1.43	2.16	[24] [25] [26] [23]
618	21	10	11**	27	21	94	57.4	98	0.8	1.36	[18] [27] [28]
650	21		21		21	67	62.4	92.2	1.45	2.15	[18] [23]
698	18	9	18	26	21	96	72	129.3	1.1	2.0	[24] [25] [26] [27] [23]
750	19	4	19	16	21	83	61.2	106.4	1.2	2.1	[29] [30] [28]
775	11**	11	21	27	11**	85	47.8	113.5	0.89	2.1	[27] [31]
795	19		19	16	11**	69	48.4	235.6	1.31	6.4	[29] [30]
845	19	14	19	16	21	93	80.8	378.8	1.34	6.31	[29] [30] [28]
873	18	11	19	13	21	86	63.7	394	1.18	7.3	[29] [30] [32] [23]
900	19	14	19	16	21	93	79.8	322	1.33	5.54	[29] [27] [30] [28]
950	19	13	19	16	11**	82	48.56	202.4	0.95	3.97	[29] [27] [30]
990	20	14	20	14	21	93	54.9	202	0.93	3.43	[24] [32] [26] [23]
1048	19	17	19	24	11**	94	77.72	655.1	1.3	10.9	[29] [27]
1150	19	25	18	16	21	103	72.6	326.0	1.07	4.79	[29] [27] [30] [28]
1227	19	22	19	23	11**	98	73.3	442	1.13	6.8	[29] [27] [30]
1300	20	30	19	16	21	110	83.6	314	1.1	4.14	[24] [27] [29] [30] [23]
1446	18	24	19	16		81	44.7	215	0.95	4.57	[29] [27] [30]
1560	21	25	34	26	21	131	65.17		0.68		[24] [27] [33] [34] [35]

Données expérimentales utilisées à chaque énergie.

* Le nombre total porté dans la colonne 7 est la somme des nombres des colonnes 3, 4, 5, 6, majorée de 4 pour tenir compte des sections efficaces totale et totale inélastique.

Les colonnes 10 et 11 indiquent la valeur du χ^2 divisé par le nombre de degrés de liberté N, respectivement pour les solutions A et B.

** Les points correspondants sont calculés à partir des interpolations sur les coefficients C_n (cf. chapitre III).

TABLEAU III

T_π	S 31	P 31	P 33	D 33	D 35	F 35	F 37	G 37	G 39
δ 310 ρ	-20.4 ± 0.3 1.0	-9.5 ± 0.3 1.0	-42.9 ± 0.2 1.0	-1.7 ± 0.3 1.0	-0.5 ± 0.2 1.0	-0.9 ± 0.2 1.0	2.0 ± 0.3 1.0		
δ 370 ρ	-25.8 ± 0.6 1.0	-8.5 ± 0.5 1.0	-35.5 ± 0.3 1.0	0.0 ± 0.3 1.0	-1.0 ± 0.4 1.0	1.1 ± 0.3 0.99 ± 0.01	-0.7 ± 0.9 1.0		
δ 410 ρ	-24.0 ± 0.3 0.99 ± 0.01	-11.6 ± 0.6 0.96 ± 0.01	-31.3 ± 0.3 1.0	0.2 ± 0.3 1.0	-1.9 ± 0.3 1.0	-1.3 ± 0.2 0.99 ± 0.01	2.3 ± 0.2 1.0		
δ 492 ρ	-24.7 ± 0.6 0.87 ± 0.01	-10.6 ± 1.2 0.99 ± 0.01	-24.6 ± 0.5 1.0	4.3 ± 0.5 1.0	5.3 ± 0.7 1.0	0.7 ± 0.4 1.0	0.2 ± 0.4 1.0		
δ 533 ρ	-28.4 ± 0.9 0.92 ± 0.02	-11.4 ± 1.7 0.89 ± 0.04	-21.5 ± 0.8 0.99 ± 0.01	2.4 ± 0.7 0.98 ± 0.02	-4.7 ± 0.8 1.0	-0.5 ± 0.6 1.0	1.5 ± 0.6 1.0		
δ 581 ρ	-27.6 ± 1.1 0.89 ± 0.05	-13.3 ± 3.2 0.90 ± 0.06	-18.3 ± 1.1 0.95 ± 0.03	3.7 ± 1.9 0.99 ± 0.01 -0.03	-4.5 ± 4.0 1.0	0.7 ± 0.7 1.0	1.4 ± 0.6 1.0		
δ 618 ρ	-26.9 ± 1.1 0.96 ± 0.04	-20.5 ± 2.0 1.0	-13.1 ± 1.0 1.0	-1.0 ± 1.2 0.90 ± 0.04	-0.6 ± 0.8 1.0	-0.9 ± 0.7 0.94 ± 0.02	3.4 ± 0.7 1.0		
δ 650 ρ	-25.1 ± 1.7 0.91 ± 0.05	-18.8 ± 1.1 0.97 ± 0.03	-10.2 ± 1.0 1.0	1.7 ± 1.6 0.76 ± 0.01	-2.6 ± 0.9 1.0	1.0 ± 0.7 0.97 ± 0.03	3.2 ± 0.6 1.0		
δ 698 ρ	-26.2 ± 2.0 0.68 ± 0.08	-18.9 ± 1.3 1.0	-10.3 ± 0.8 0.95 ± 0.02	-0.3 ± 0.9 0.89 ± 0.01	-3.3 ± 1.9 0.99 ± 0.01	-1.3 ± 1.0 0.99 ± 0.01	4.8 ± 0.9 1.0	-0.5 ± 0.5 1.0	0.6 ± 0.5 0.96 ± 0.01
δ 750 ρ	-24.8 ± 2.6 0.56 ± 0.06	-24.8 ± 2.1 0.99 ± 0.01 -0.05	-11.2 ± 1.2 0.94 ± 0.05	1.4 ± 2.0 0.94 ± 0.06	-1.5 ± 0.9 0.90 ± 0.03	0.7 ± 1.0 0.91 ± 0.04	2.0 ± 0.6 1.0	-0.3 ± 0.6 1.0	0.7 ± 0.4 0.98 ± 0.02
δ 775 ρ	-30.7 ± 1.8 0.38 ± 0.04	-28.7 ± 1.9 0.84 ± 0.05	-10.8 ± 1.1 0.93 ± 0.05	3.1 ± 2.4 0.90 ± 0.03	1.2 ± 0.7 0.83 ± 0.04	2.6 ± 1.1 0.99 ± 0.01 -0.03	1.8 ± 0.7 1.0	-0.1 ± 0.8 1.0	0.1 ± 0.5 1.0

Valeur des déphasages et des paramètres d'inélasticité de la solution finale A, pour l'état d'isospin 3/2.

TABLEAU III (suite)

T_π	S 31	P 31	P 33	D 33	D 35	F 35	F 37	G 37	G 39
δ 795 ρ	-25.5 ± 2.1 0.22 ± 0.04	-28.6 ± 1.7 0.81 ± 0.07	-12.2 ± 1.1 0.85 ± 0.04	6.0 ± 3.6 0.92 ± 0.04	-1.7 ± 0.8 0.84 ± 0.04	5.1 ± 1.9 0.99 ± 0.01 -0.04	2.0 ± 0.7 1.0	2.0 ± 0.8 1.0	0.1 ± 0.4 1.0
δ 845 ρ	-42.4 ± 1.4 0.46 ± 0.02	-26.3 ± 4.1 0.93 ± 0.02	-10.8 ± 1.3 0.82 ± 0.02	-1.4 ± 0.5 1.0	-7.1 ± 0.5 0.84 ± 0.02	2.1 ± 1.0 0.97 ± 0.02	7.4 ± 0.5 1.0	1.8 ± 0.4 1.0	-1.6 ± 0.4 0.93 ± 0.02
δ 873 ρ	-61.7 ± 0.9 0.65 ± 0.03	-13.2 ± 1.3 0.90 ± 0.03	-7.3 ± 0.8 0.73 ± 0.01	-1.6 ± 1.8 0.97 ± 0.02	-6.3 ± 0.8 0.76 ± 0.01	1.7 ± 0.6 0.96 ± 0.02	5.7 ± 0.4 0.99 ± 0.01	-1.3 ± 0.5 1.0	1.6 ± 0.4 1.0
δ 900 ρ	-55.1 ± 1.0 0.64 ± 0.02	-24.2 ± 0.9 0.90 ± 0.02	-6.5 ± 0.9 0.77 ± 0.02	-2.2 ± 0.6 0.88 ± 0.02	-6.8 ± 0.5 0.85 ± 0.01	2.6 ± 0.5 0.92 ± 0.02	8.3 ± 0.4 1.0	1.0 ± 0.4 1.0	0.1 ± 0.4 0.96 ± 0.01
δ 950 ρ	-66.7 ± 3.1 0.62 ± 0.03	-14.2 ± 2.0 0.84 ± 0.05	-3.2 ± 2.2 0.66 ± 0.10	-8.5 ± 1.6 0.62 ± 0.03	-2.2 ± 1.8 0.92 ± 0.02	3.8 ± 0.7 0.97 ± 0.02	9.0 ± 0.6 1.0	-0.3 ± 0.6 1.0	1.2 ± 0.8 1.0
δ 990 ρ	-56.1 ± 1.4 0.82 ± 0.06	-16.3 ± 1.1 0.97 ± 0.03 -0.08	-8.2 ± 2.6 0.80 ± 0.07	-9.6 ± 1.3 0.77 ± 0.04	-3.4 ± 1.5 0.77 ± 0.14	3.3 ± 0.8 0.87 ± 0.07	11.3 ± 3.5 0.99 ± 0.01	-3.1 ± 0.8 1.0	3.2 ± 0.8 1.0
δ 1048 ρ	-50.5 ± 2.9 0.83 ± 0.07	-26.0 ± 2.1 0.97 ± 0.03 -0.05	1.0 ± 1.9 0.91 ± 0.04	-12.3 ± 1.3 0.90 ± 0.02	-2.2 ± 1.5 0.84 ± 0.03	-0.6 ± 1.0 0.76 ± 0.02	14.9 ± 0.9 0.88 ± 0.02	-0.3 ± 0.7 0.91 ± 0.02	-0.3 ± 0.8 1.0
δ 1150 ρ	-65.6 ± 3.1 0.83 ± 0.05	-18.6 ± 3.7 0.71 ± 0.10	-1.6 ± 1.6 0.96 ± 0.04	-16.6 ± 1.5 0.89 ± 0.03	1.0 ± 1.9 0.70 ± 0.05	-0.5 ± 1.5 0.70 ± 0.02	19.7 ± 0.9 0.90 ± 0.04	-0.4 ± 0.7 0.98 ± 0.02	-0.8 ± 0.9 0.92 ± 0.03
δ 1227 ρ	-72.2 ± 4.6 0.87 ± 0.09	-21.6 ± 3.1 0.54 ± 0.04	1.5 ± 2.0 1.0	-14.9 ± 1.6 0.79 ± 0.03	-3.3 ± 1.4 0.60 ± 0.03	1.7 ± 1.0 0.74 ± 0.02	22.6 ± 2.6 0.75 ± 0.03	-1.7 ± 1.0 0.93 ± 0.04	0.2 ± 0.9 0.94 ± 0.03
δ 1300 ρ	-72.6 ± 3.2 0.59 ± 0.06	-9.5 ± 4.4 0.37 ± 0.06	1.4 ± 2.1 0.84 ± 0.06	-12.6 ± 1.3 0.86 ± 0.04	-6.8 ± 2.6 0.47 ± 0.03	-0.7 ± 1.2 0.65 ± 0.04	30.4 ± 1.5 0.66 ± 0.05	0.8 ± 0.7 1.0	-0.6 ± 1.4 0.98 ± 0.02
δ 1446 ρ	-48.8 ± 4.2 0.49 ± 0.12	-18.8 ± 2.9 0.69 ± 0.06	-10.8 ± 1.7 0.82 ± 0.03	-7.0 ± 1.0 0.88 ± 0.02	-11.5 ± 1.6 0.66 ± 0.05	-4.5 ± 1.0 0.87 ± 0.02	-60.6 ± 4.3 0.25 ± 0.04	-1.6 ± 0.7 1.0	0.4 ± 0.8 0.95 ± 0.03
δ 1560 ρ	-1.5 ± 4.8 0.60 ± 0.12	-13.1 ± 5.0 0.68 ± 0.06	-34.0 ± 3.8 0.63 ± 0.12	-16.1 ± 2.6 0.63 ± 0.08	-23.6 ± 11.0 0.38 ± 0.14	5.6 ± 1.8 0.67 ± 0.06	13.6 ± 1.3 0.65 ± 0.08	-3.9 ± 1.0 1.0	0.3 ± 1.0 1.0

TABLEAU IV

T_π	S 11	P 11	P 13	D 13	D 15	F 15	F 17	G 17	G 19
δ 310 ρ	12.3 ± 0.3 1.0	22.2 ± 0.3 0.99 ± 0.01	-3.8 ± 0.5 0.96 ± 0.01	5.7 ± 0.2 0.99 ± 0.01	1.0 ± 0.3 1.0	1.4 ± 0.2 1.0	-0.9 ± 0.3 1.0		
δ 370 ρ	12.3 ± 0.8 0.96 ± 0.02	26.5 ± 0.7 0.96 ± 0.02	-7.8 ± 0.2 0.98 ± 0.02	5.7 ± 0.3 1.0	0.8 ± 0.2 1.0	1.2 ± 0.2 0.99 ± 0.01	-2.3 ± 0.2 0.98 ± 0.01		
δ 410 ρ	12.1 ± 0.8 1.0	34.3 ± 0.4 0.88 ± 0.01	-7.6 ± 0.4 0.91 ± 0.01	9.7 ± 0.3 0.96 ± 0.01	3.1 ± 0.3 1.0	2.8 ± 0.2 1.0	-2.1 ± 0.2 0.99 ± 0.01		
δ 492 ρ	26.7 ± 0.8 0.95 ± 0.01	45.4 ± 0.6 0.65 ± 0.02	-9.3 ± 0.9 1.0	16.7 ± 0.8 0.83 ± 0.02	5.7 ± 0.8 1.0	2.7 ± 0.3 0.98 ± 0.01	-0.3 ± 0.3 0.99 ± 0.01		
δ 533 ρ	23.7 ± 2.0 1.0	63.9 ± 2.7 0.42 ± 0.05	-8.2 ± 1.1 0.91 ± 0.09	28.9 ± 3.4 0.89 ± 0.06	4.1 ± 1.0 0.93 ± 0.02	4.1 ± 2.3 0.98 ± 0.02	-0.2 ± 0.7 0.99 ± 0.01		
δ 581 ρ	30.1 ± 1.9 0.66 ± 0.02	73.5 ± 5.8 0.40 ± 0.04	-17.1 ± 1.8 0.79 ± 0.06	38.3 ± 1.0 0.69 ± 0.08	2.9 ± 1.2 0.90 ± 0.03	2.4 ± 1.2 0.99 ± 0.01	0.6 ± 0.8 1.0		
δ 618 ρ	38.9 ± 3.0 0.44 ± 0.06	-66.1 ± 2.8 0.53 ± 0.02	-11.1 ± 0.8 0.80 ± 0.03	62.8 ± 8.7 0.09 ± 0.07	6.8 ± 0.7 1.0	6.8 ± 1.1 1.0	-0.8 ± 0.7 0.99 ± 0.01		
δ 650 ρ	37.5 ± 5.7 0.20 ± 0.03	-48.3 ± 1.9 0.52 ± 0.03	-7.2 ± 0.7 0.87 ± 0.02	-38.8 ± 1.0 0.53 ± 0.03	9.9 ± 0.6 0.88 ± 0.02	10.7 ± 0.6 0.99 ± 0.01	1.4 ± 0.4 1.0		
δ 698 ρ	25.6 ± 3.5 0.18 ± 0.03	-51.7 ± 2.7 0.43 ± 0.03	-13.8 ± 0.5 1.0	-24.5 ± 0.8 0.61 ± 0.02	16.1 ± 0.4 0.92 ± 0.02	9.6 ± 0.5 0.98 ± 0.01	1.2 ± 0.4 0.92 ± 0.01	2.5 ± 0.4 0.96 ± 0.01	0.0 ± 0.3 1.0
δ 750 ρ	29.6 ± 10.5 0.47 ± 0.6	-46.3 ± 4.6 0.19 ± 0.08	-8.2 ± 1.3 0.73 ± 0.06	-28.9 ± 1.6 0.79 ± 0.06	11.9 ± 1.1 0.78 ± 0.04	19.7 ± 1.2 1.0	-0.2 ± 0.5 1.0	-0.4 ± 0.7 0.98 ± 0.02	-0.5 ± 0.4 0.99 ± 0.01
δ 775 ρ	27.1 ± 2.2 0.52 ± 0.03	-52.6 ± 13.6 0.08 ± 0.08	-8.1 ± 1.6 0.77 ± 0.04	-29.4 ± 2.3 0.76 ± 0.08	15.2 ± 1.1 0.81 ± 0.04	22.4 ± 1.6 0.88 ± 0.04	-1.4 ± 0.7 1.0	1.6 ± 0.9 0.95 ± 0.03	0.1 ± 0.5 1.0

Même chose que le tableau III pour l'état d'isospin 1/2.

TABLEAU IV (suite)

T_{π}	S 11	P 11	P 13	D 13	D 15	F 15	F 17	G 17	G 19
δ 795 ρ	37.5 ± 1.5 0.86 ± 0.06	0.0 0.01 ± 0.03 $- 0.01$	-10.0 ± 1.5 0.74 ± 0.06	-25.0 ± 1.2 0.67 ± 0.05	23.7 ± 2.2 0.72 ± 0.03	22.9 ± 1.2 0.94 ± 0.06	$- 0.3 \pm 0.8$ 0.93 ± 0.02	2.3 ± 0.8 1.0	1.3 ± 0.5 0.99 ± 0.01
δ 845 ρ	59.7 ± 1.4 0.63 ± 0.10	-50.6 ± 5.6 0.23 ± 0.04	-14.4 ± 4.1 0.85 ± 0.03	-27.5 ± 0.8 0.97 ± 0.03	15.2 ± 2.0 0.34 ± 0.03	42.9 ± 1.1 0.44 ± 0.03	$- 3.9 \pm 0.6$ 0.99 ± 0.01	$- 0.8 \pm 0.6$ 0.99 ± 0.01	$- 0.6 \pm 0.5$ 0.92 ± 0.02
δ 873 ρ	78.1 ± 2.1 0.92 ± 0.03	-24.0 ± 9.3 0.11 ± 0.07	-15.5 ± 1.5 0.80 ± 0.03	-15.7 ± 2.1 1.0	2.7 ± 7.1 0.12 ± 0.02	47.1 ± 3.8 0.19 ± 0.05	$- 3.5 \pm 1.0$ 1.0	$- 4.1 \pm 1.0$ 0.90 ± 0.02	2.0 ± 0.9 0.97 ± 0.02
δ 900 ρ	76.7 ± 1.8 0.64 ± 0.02	-27.2 ± 2.9 0.31 ± 0.03	-10.3 ± 0.8 0.83 ± 0.02	-21.5 ± 0.8 0.79 ± 0.05	$- 3.4 \pm 2.6$ 0.20 ± 0.02	79.3 ± 2.2 0.27 ± 0.01	$- 2.3 \pm 0.6$ 0.99 ± 0.01	0.9 ± 0.5 1.0	$- 1.0 \pm 0.5$ 0.94 ± 0.01
δ 950 ρ	-75.2 ± 3.2 0.69 ± 0.05	13.6 ± 6.9 0.33 ± 0.06	7.1 ± 2.4 0.73 ± 0.03	$- 2.5 \pm 2.4$ 0.62 ± 0.04	-15.8 ± 2.2 0.43 ± 0.03	-46.5 ± 1.4 0.41 ± 0.03	1.4 ± 0.8 1.0	3.6 ± 0.8 0.95 ± 0.02	$- 0.6 \pm 0.6$ 1.0
δ 990 ρ	-70.2 ± 1.8 0.76 ± 0.03	2.4 ± 3.3 0.38 ± 0.08	2.1 ± 1.3 0.67 ± 0.03	-14.2 ± 1.0 0.88 ± 0.08	-13.2 ± 1.0 0.44 ± 0.04	-30.1 ± 1.5 0.60 ± 0.05	3.8 ± 1.4 0.92 ± 0.02	0.9 ± 0.9 0.99 ± 0.01	3.9 ± 0.7 0.94 ± 0.02
δ 1048 ρ	-61.4 ± 5.9 0.75 ± 0.07	9.0 ± 3.8 0.37 ± 0.09	$- 4.6 \pm 2.4$ 0.48 ± 0.04	$- 8.6 \pm 2.4$ 0.74 ± 0.05	-16.7 ± 1.1 0.81 ± 0.03	-20.3 ± 1.5 0.72 ± 0.04	$- 0.4 \pm 0.9$ 0.94 ± 0.02	4.7 ± 0.7 0.89 ± 0.03	2.4 ± 0.7 1.0
δ 1150 ρ	-63.8 ± 1.6 0.49 ± 0.03	9.0 ± 4.8 0.23 ± 0.07	$- 4.4 \pm 2.4$ 0.45 ± 0.05	-10.7 ± 2.6 0.68 ± 0.04	-14.6 ± 1.3 0.97 ± 0.03 $- 0.05$	-14.4 ± 1.6 0.69 ± 0.03	$- 1.9 \pm 0.9$ 0.82 ± 0.03	5.9 ± 0.9 0.97 ± 0.03	2.6 ± 0.8 1.0
δ 1227 ρ	-67.7 ± 2.9 0.53 ± 0.03	12.9 ± 4.1 0.25 ± 0.04	$- 8.5 \pm 1.4$ 0.49 ± 0.03	$- 7.0 \pm 1.5$ 0.76 ± 0.03	-10.7 ± 1.0 0.75 ± 0.03	-16.0 ± 1.0 0.59 ± 0.02	0.3 ± 0.7 1.0	3.4 ± 0.6 0.85 ± 0.02	$- 0.1 \pm 0.7$ 1.0
δ 1300 ρ	-52.8 ± 3.8 0.29 ± 0.05	18.8 ± 4.1 0.27 ± 0.05	-20.2 ± 1.8 0.67 ± 0.03	$- 7.4 \pm 1.4$ 0.76 ± 0.03	-14.2 ± 1.5 0.62 ± 0.03	-13.9 ± 1.7 0.53 ± 0.02	4.5 ± 1.0 0.99 ± 0.01 $- 0.02$	2.4 ± 0.7 0.84 ± 0.03	1.9 ± 0.9 1.0
δ 1446 ρ	-82.0 ± 5.2 0.29 ± 0.05	11.1 ± 5.9 0.45 ± 0.06	-13.9 ± 7.0 0.76 ± 0.05	11.0 ± 2.7 0.78 ± 0.06	$- 5.4 \pm 5.7$ 0.31 ± 0.06	$- 2.1 \pm 1.6$ 0.98 ± 0.02	$- 3.3 \pm 7.1$ 0.60 ± 0.03	3.0 ± 1.3 1.0	$- 1.2 \pm 1.1$ 0.81 ± 0.02
δ 1560 ρ	24.0 ± 10.0 0.58 ± 0.14	4.6 ± 4.5 0.84 ± 0.09	-18.8 ± 7.0 0.10 ± 0.07	$- 1.6 \pm 4.4$ 0.68 ± 0.07	1.1 ± 4.6 0.34 ± 0.05	7.6 ± 1.9 0.75 ± 0.09	1.0 ± 1.9 0.59 ± 0.07	4.1 ± 1.0 0.99 ± 0.01 $- 0.04$	$- 3.2 \pm 1.5$ 0.76 ± 0.05

TABLEAU V

état ℓ 2I, 2J	à partir de la section efficace totale		à partir de la vitesse dans le plan complexe		élasticité estimée $x = \frac{\Gamma_{el}}{\Gamma_{tot}}$
	M_{MeV}	Γ_{MeV}	M_{MeV}	Γ_{MeV}	
S 31	1695	250	1650	130	-
* P 33	1240	110	-	-	1
F 37	1975	180	1980	140	0.57
S 11	1535	155	1515	105	-
"	1710	260	1665	110	
P 11	1470	255	1505	205	0.68
D 13	1510	125	1515	110	0.54
D 15	1680	135	1655	105	0.41
F 15	1690	110	1680	105	0.64

Masses et largeurs des résonances estimées à partir des sections efficaces totales et de la vitesse de variation avec l'énergie des amplitudes partielles (cf. Appendice II). L'incertitude sur les masses et largeurs est de l'ordre de 20 MeV. Les élasticités définies au maximum de σ_{tot} sont données à 0,1 près.

* Les valeurs proviennent de [15].

TABLEAU VI

onde partielle	masses (en MeV/c ²)	Γ_{tot}	$\Gamma_{\text{el}}/\Gamma_{\text{tot}}$
P ₃₃	1235,8	125,1	1
P ₁₁	1466	211	0,658
D ₁₃	1541	149	0,509
S ₁₁	1591	~ 268	0,696
S ₃₁	1635	177	0,284
D ₁₅	1678	173	0,391
F ₁₅	1687	177	0,560
* P ₃₃	1688	281	0,098
* D ₃₃	1691	269	0,137
* P ₁₁	~ 1751	327	0,320
* P ₁₃	~ 1863	~ 296	~ 0,207
* F ₃₅	1913	350	0,163
* P ₃₁	1934	339	0,299
F ₃₇	1946	221	0,386
* D ₃₅	~ 1954	~ 311	~ 0,154
* F ₁₇	1983	225	0,128
* D ₁₃	2057	293	0,260
G ₁₇	2265	298	0,349

Paramètres des résonances obtenues dans l'analyse du CERN [15].

* signifie une nouvelle résonance.

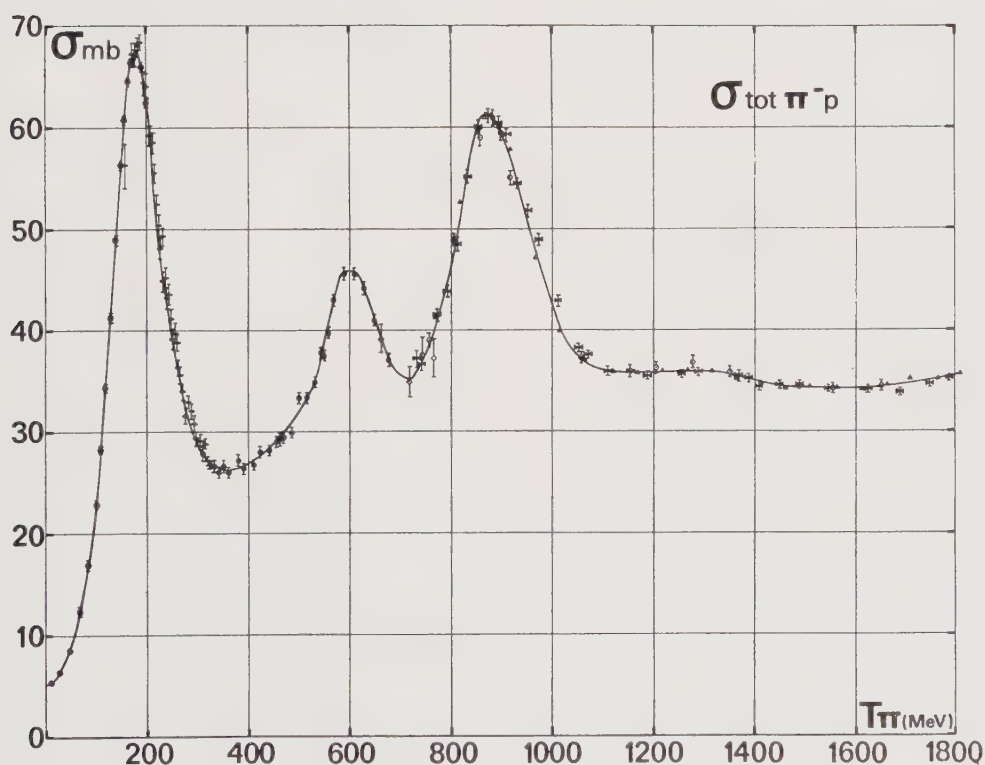
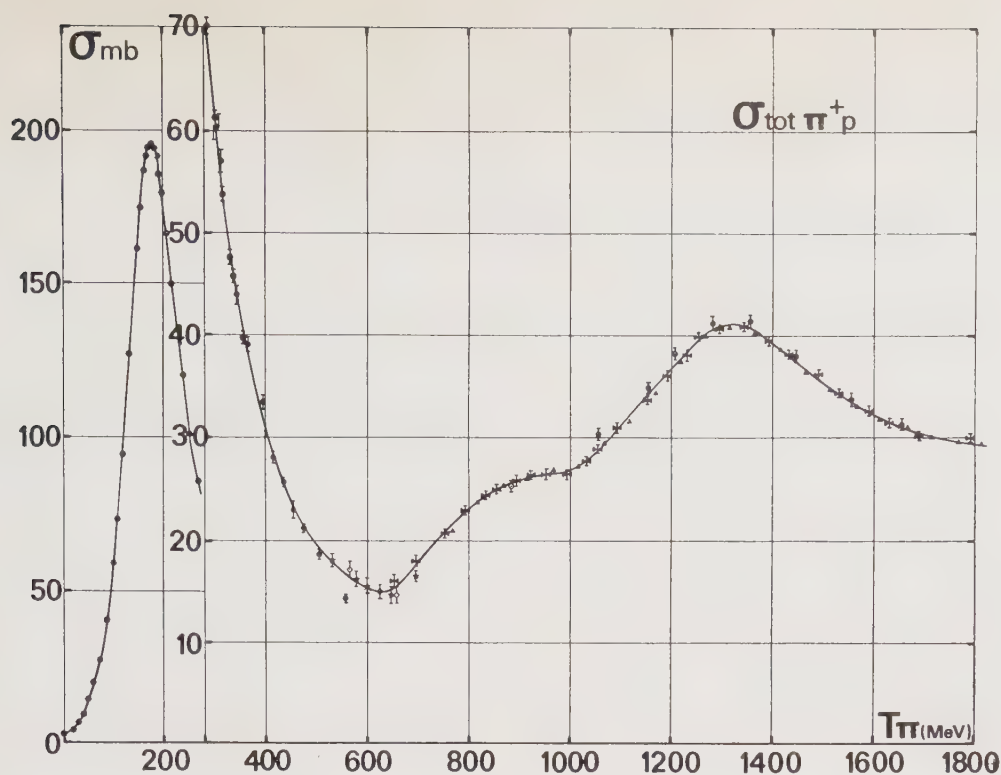


Fig. 1 Sections efficaces totales de la diffusion $\pi^+ p$. La sélection des résultats est discutée dans le chapitre III et dans la référence [22]. La courbe continue est un lissage manuel.

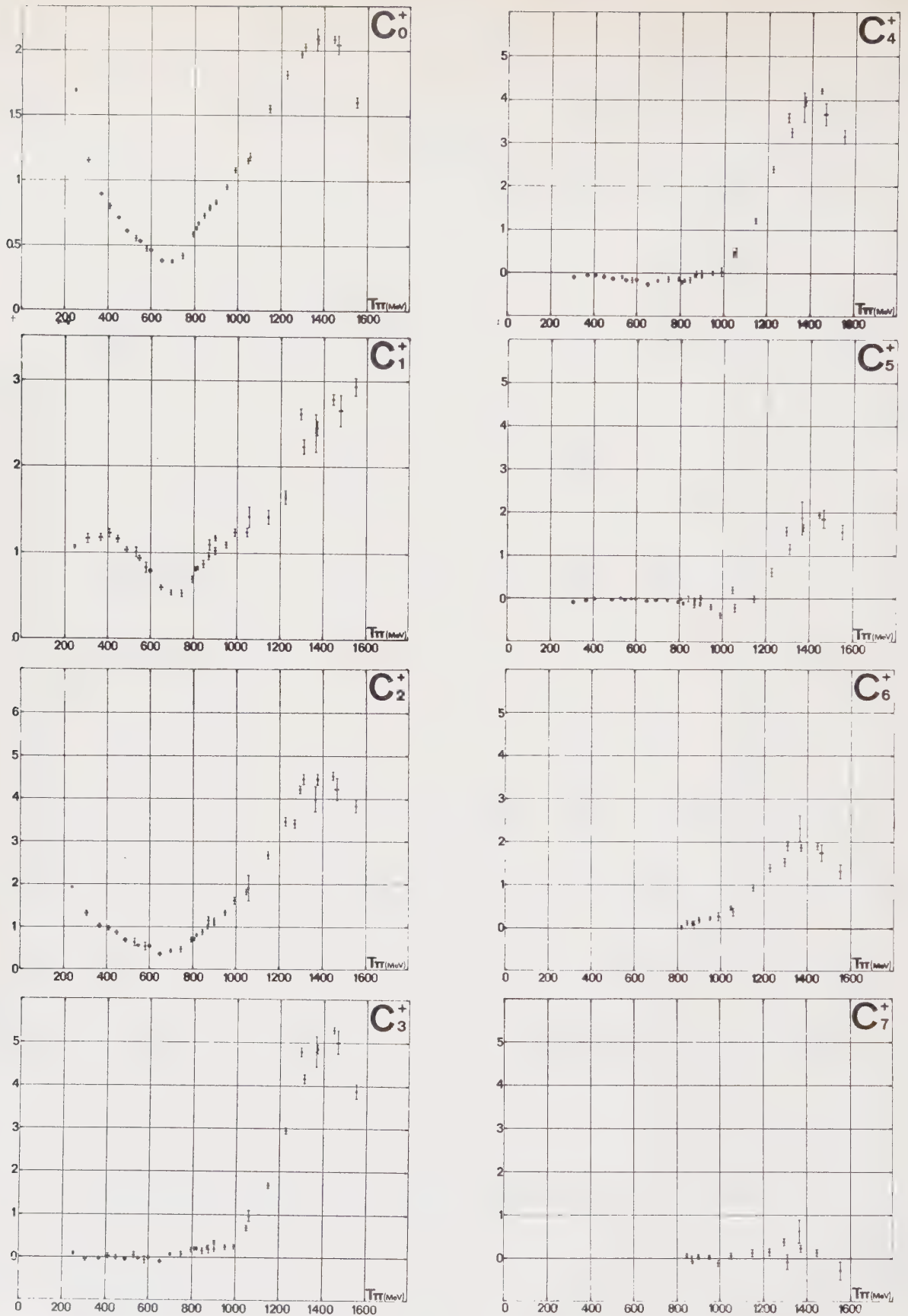


Fig. 2 Coefficients C_n du développement en polynômes de Legendre des distributions angulaires de la diffusion élastique π^+p . Les références sont citées dans [22].

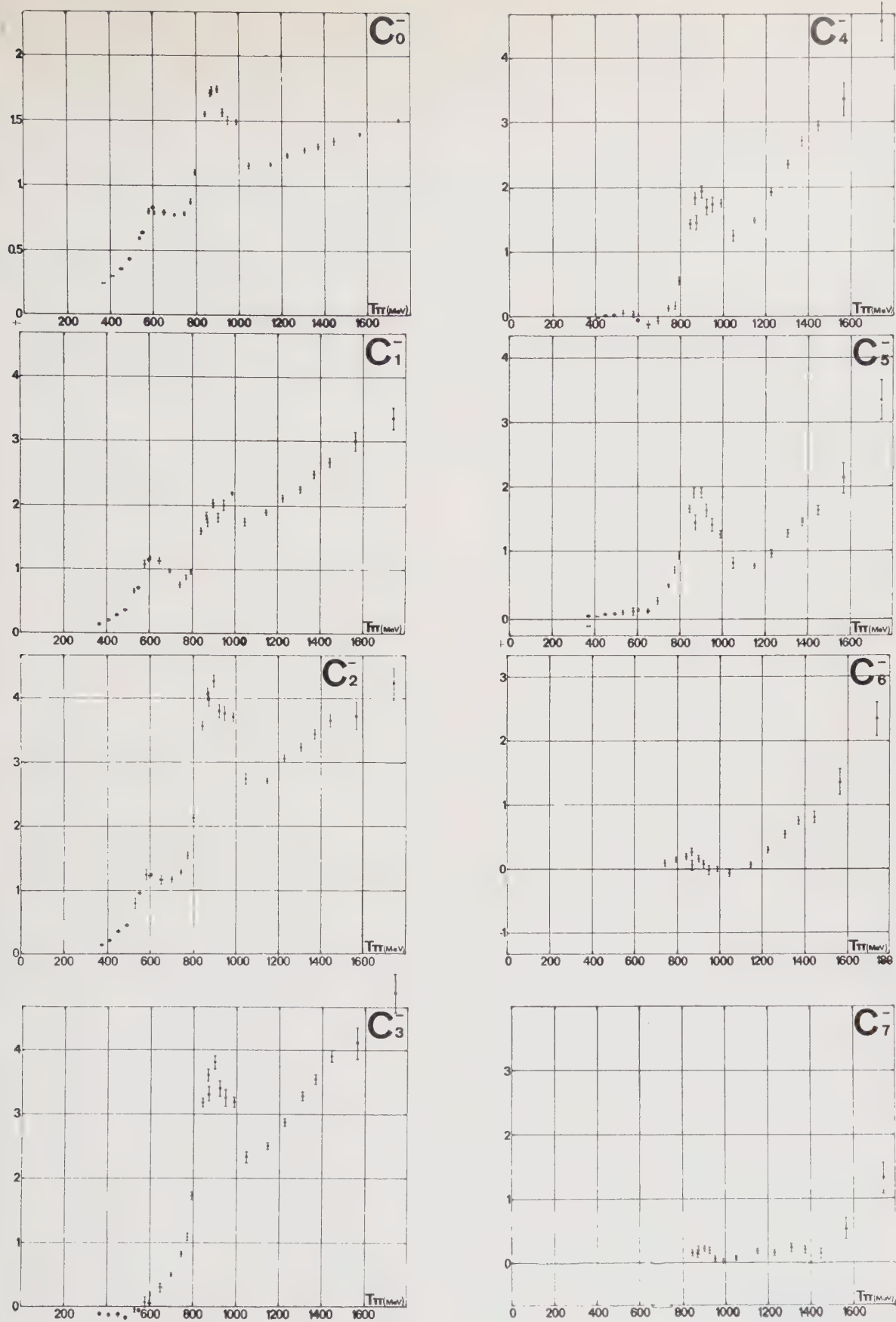


Fig. 3 Coefficients C_n du développement en polynômes de Legendre des distributions angulaires de la diffusion élastique π^-p . Les références sont citées dans [22].

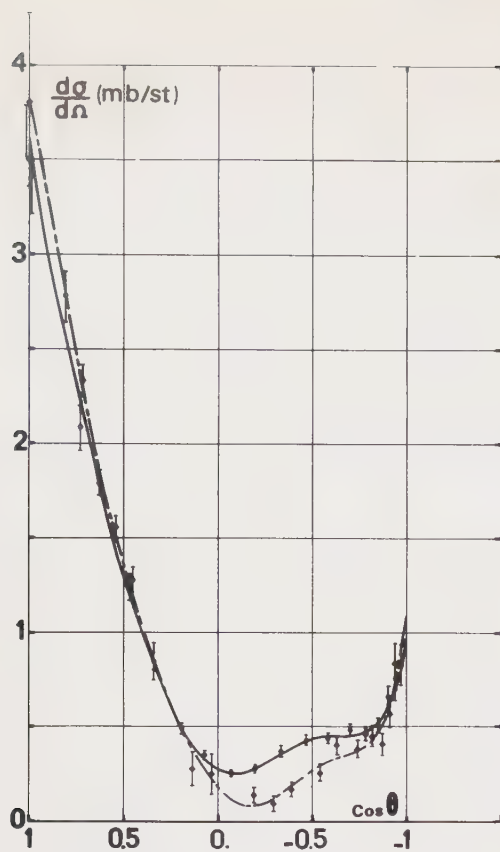


Fig. 4 Comparaison des distributions angulaires de la diffusion élastique π^-p aux énergies de :

$$\left\{ \begin{array}{ll} 870 \text{ MeV} & \bullet \quad [19 \text{ E}] \\ 873 \text{ MeV} & \blacklozenge \quad [16 \text{ E}] \end{array} \right.$$

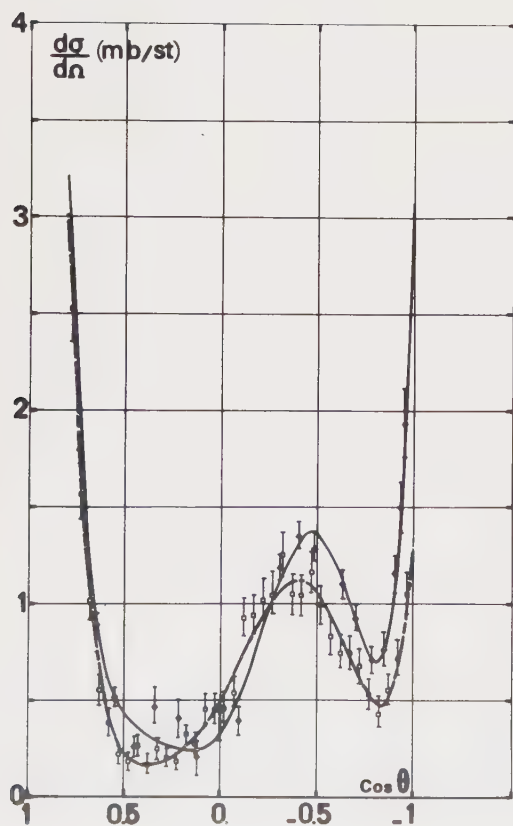


Fig. 5 Comparaison des distributions angulaires de la diffusion élastique π^-p aux énergies de :

$$\left\{ \begin{array}{ll} 1310 \text{ MeV} & \blacklozenge \quad [14 \text{ E}] \\ 1297 \text{ MeV} & \blacksquare \quad [22 \text{ E}] \end{array} \right.$$

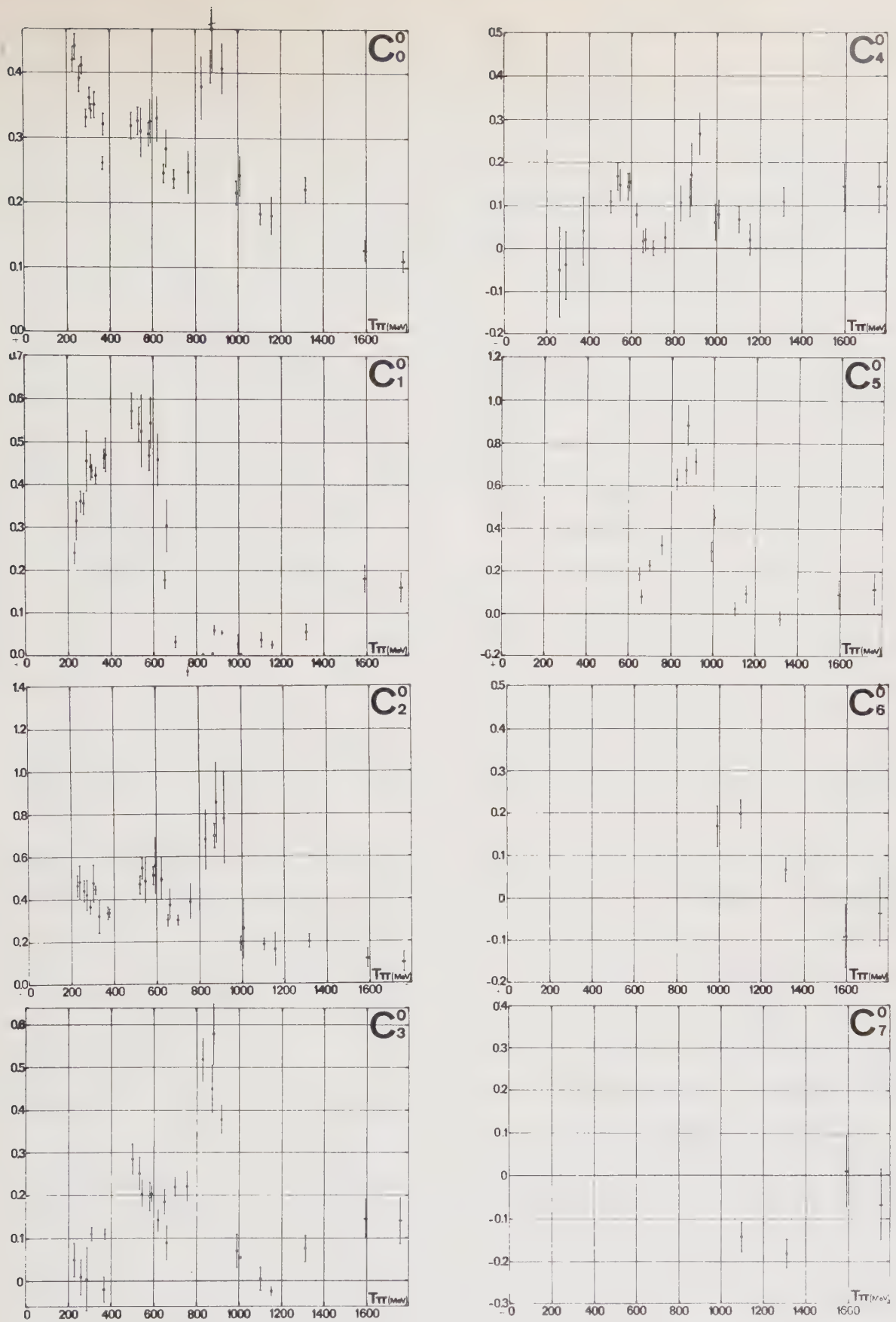


Fig. 6 Coefficients C_n du développement en polynômes de Legendre des distributions angulaires de la diffusion d'échange de charge $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$. Les références sont citées dans [22] .

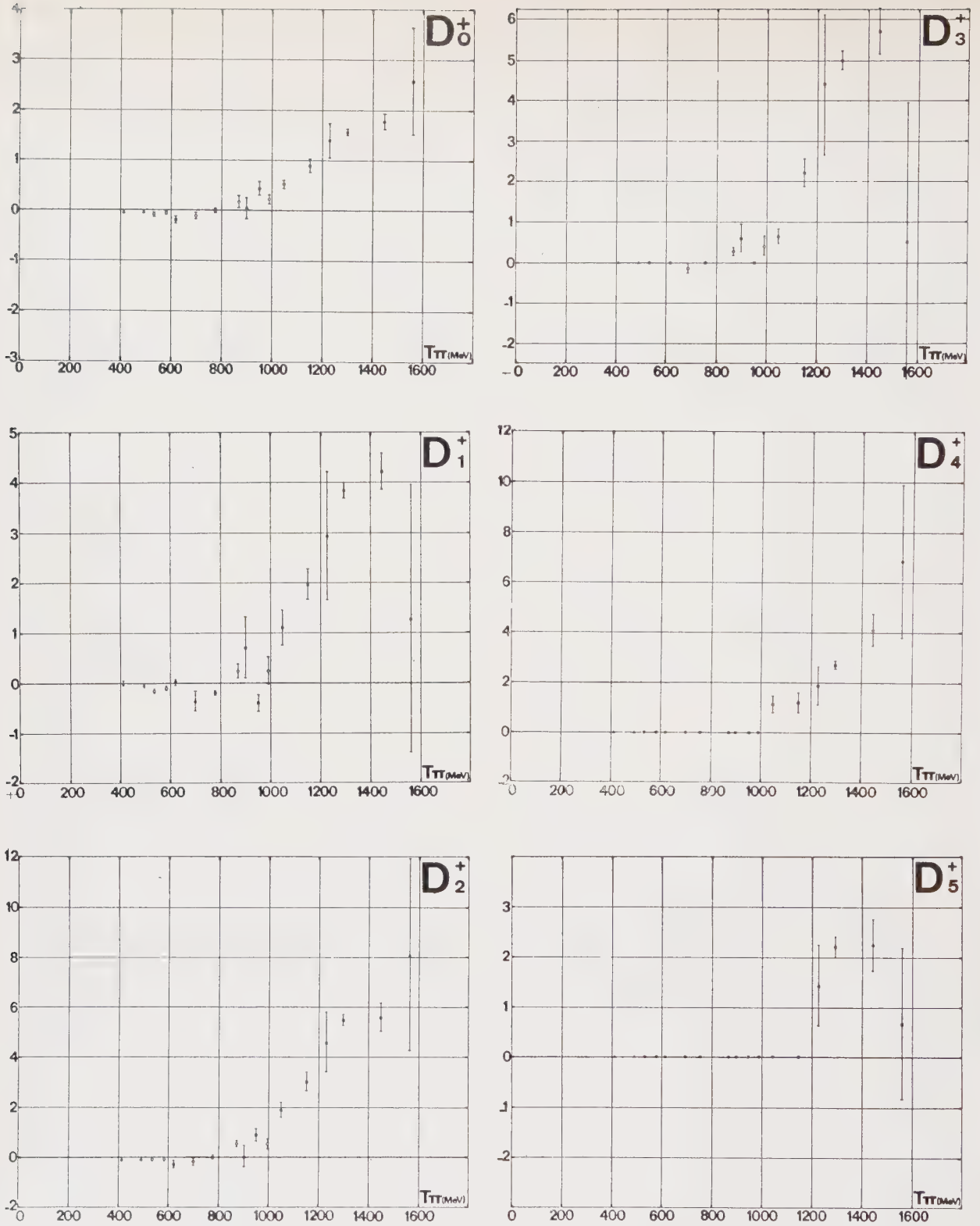


Fig. 7 Coefficients D_n du développement en polynômes de Legendre de

$$\frac{1}{\lambda^2 \sin \theta} \cdot P(\theta) \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad \text{pour la diffusion élastique } \pi^+p.$$

Les références sont citées dans [22].

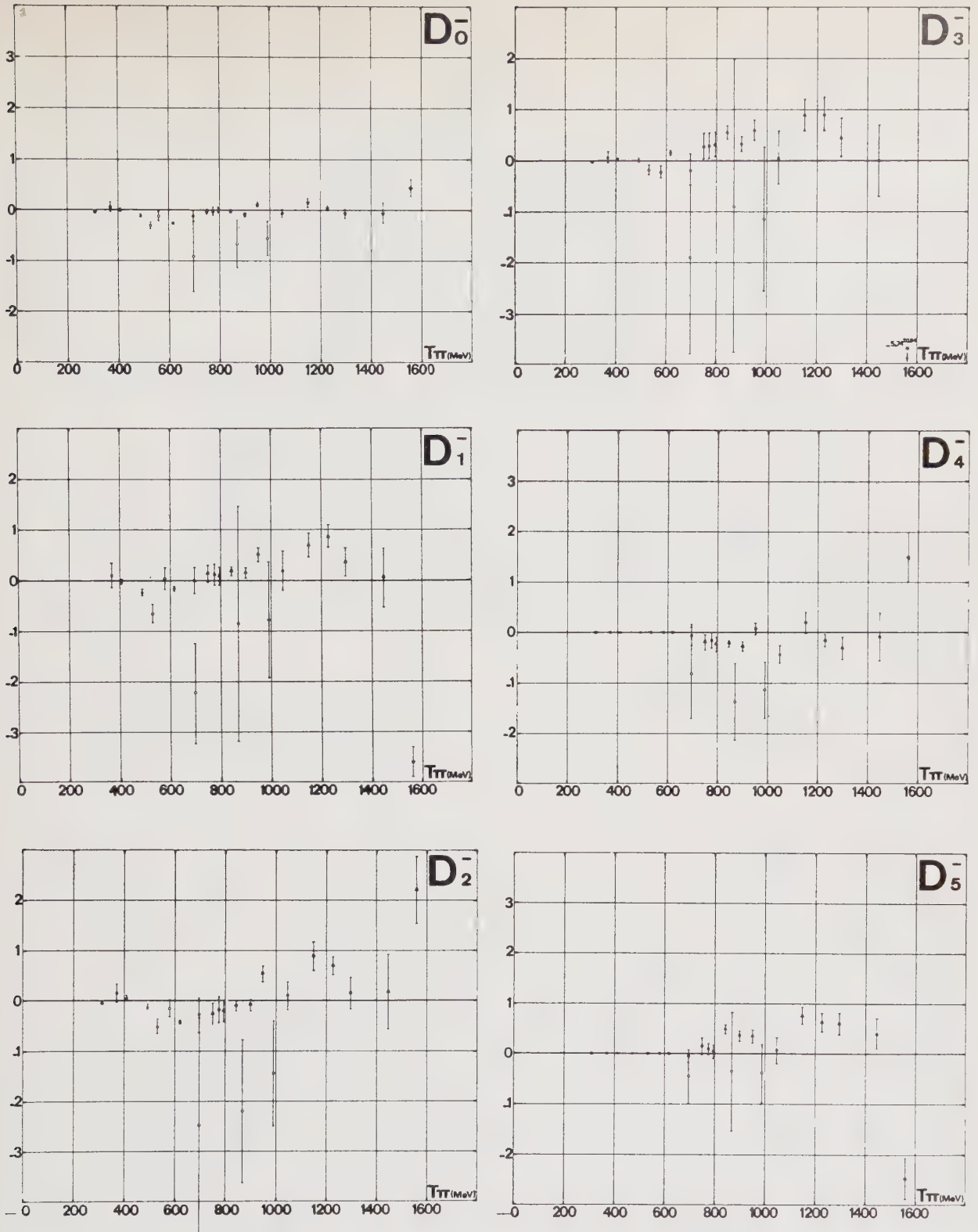


Fig. 8 Coefficients D_n du développement en polynômes de Legendre de

$$\frac{1}{\chi^2 \sin \theta} \cdot P(\theta) \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \text{ pour la diffusion élastique } \pi^-p.$$

Les références sont citées dans [22].

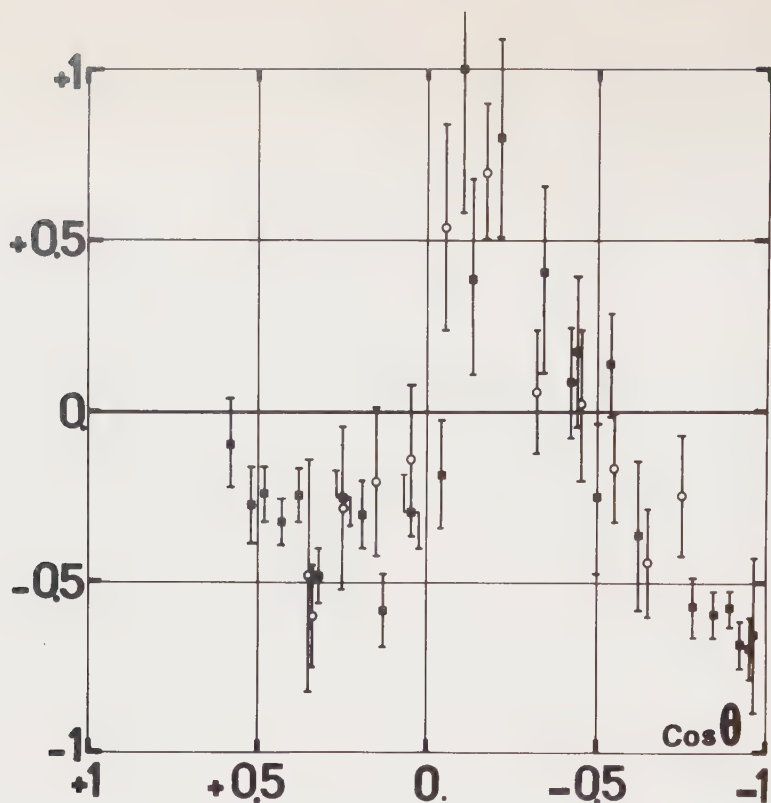


Fig. 9

Comparaison des distributions angulaires de la polarisation du proton de recul dans la diffusion élastique π^-p aux énergies de

$\left\{ \begin{array}{ll} 692 \text{ MeV} & \blacksquare [17 \text{ E}] \\ 698 \text{ MeV} & \circ [15 \text{ E}] \end{array} \right.$

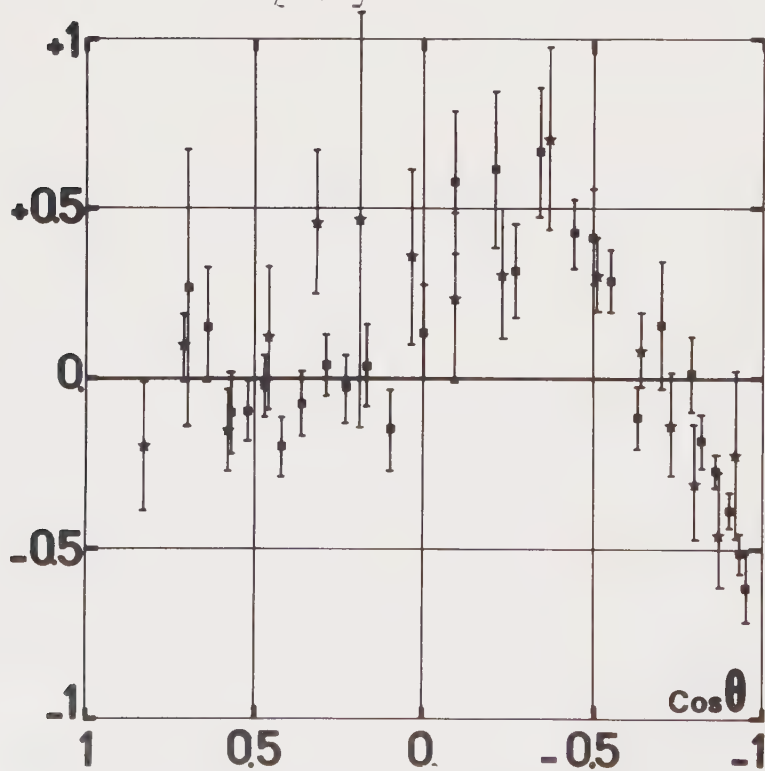


Fig. 10

Comparaison des distributions angulaires de la polarisation du piston de recul dans la diffusion élastique π^-p aux énergies de

$\left\{ \begin{array}{ll} 750 \text{ MeV} & \star [20 \text{ E}] \\ 766 \text{ MeV} & \blacksquare [17 \text{ E}] \end{array} \right.$

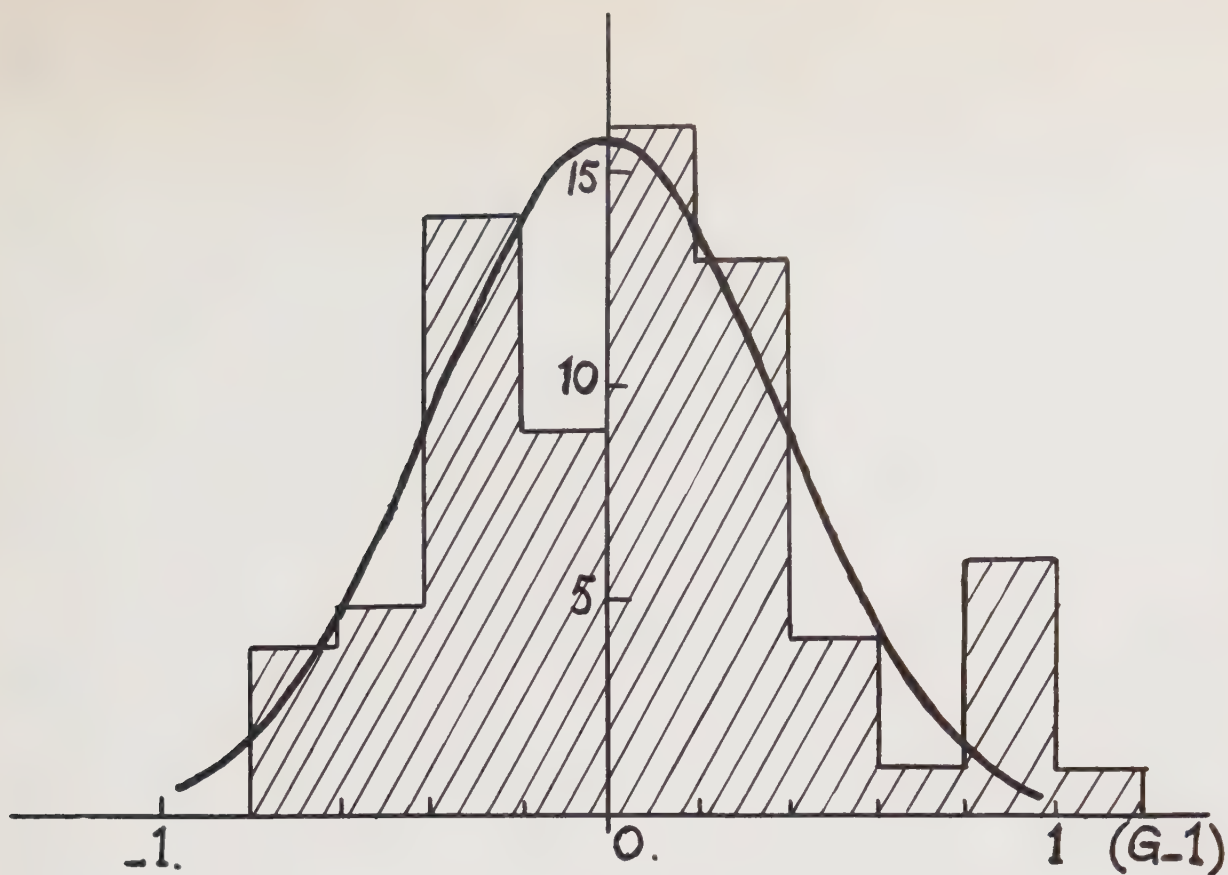


Fig. 11 Histogramme de la quantité $G - 1 = \frac{\chi^2}{N} - 1$ relative à l'ensemble des distributions de la diffusion élastique $\pi^\pm p$ et d'échange de charge. Le trait continu est la distribution attendue.

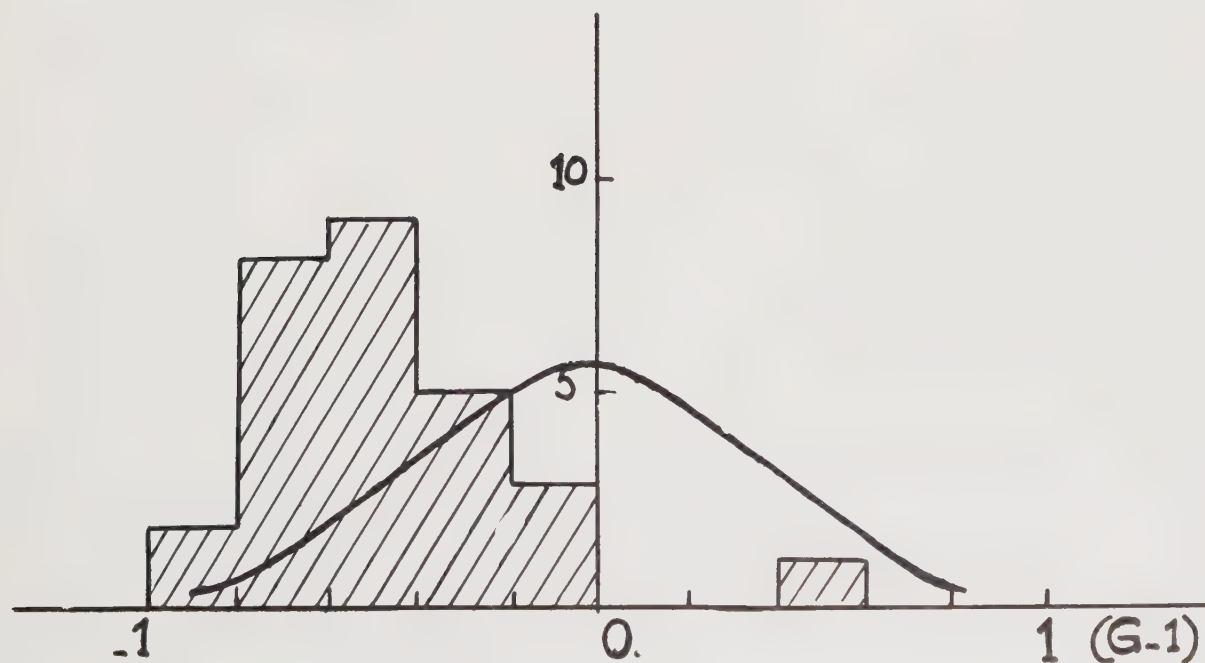


Fig. 12 Histogramme de la quantité $G - 1 = \frac{\chi^2}{N} - 1$ relative à l'ensemble des distributions angulaires de polarisation de la diffusion élastique $\pi^\pm p$.

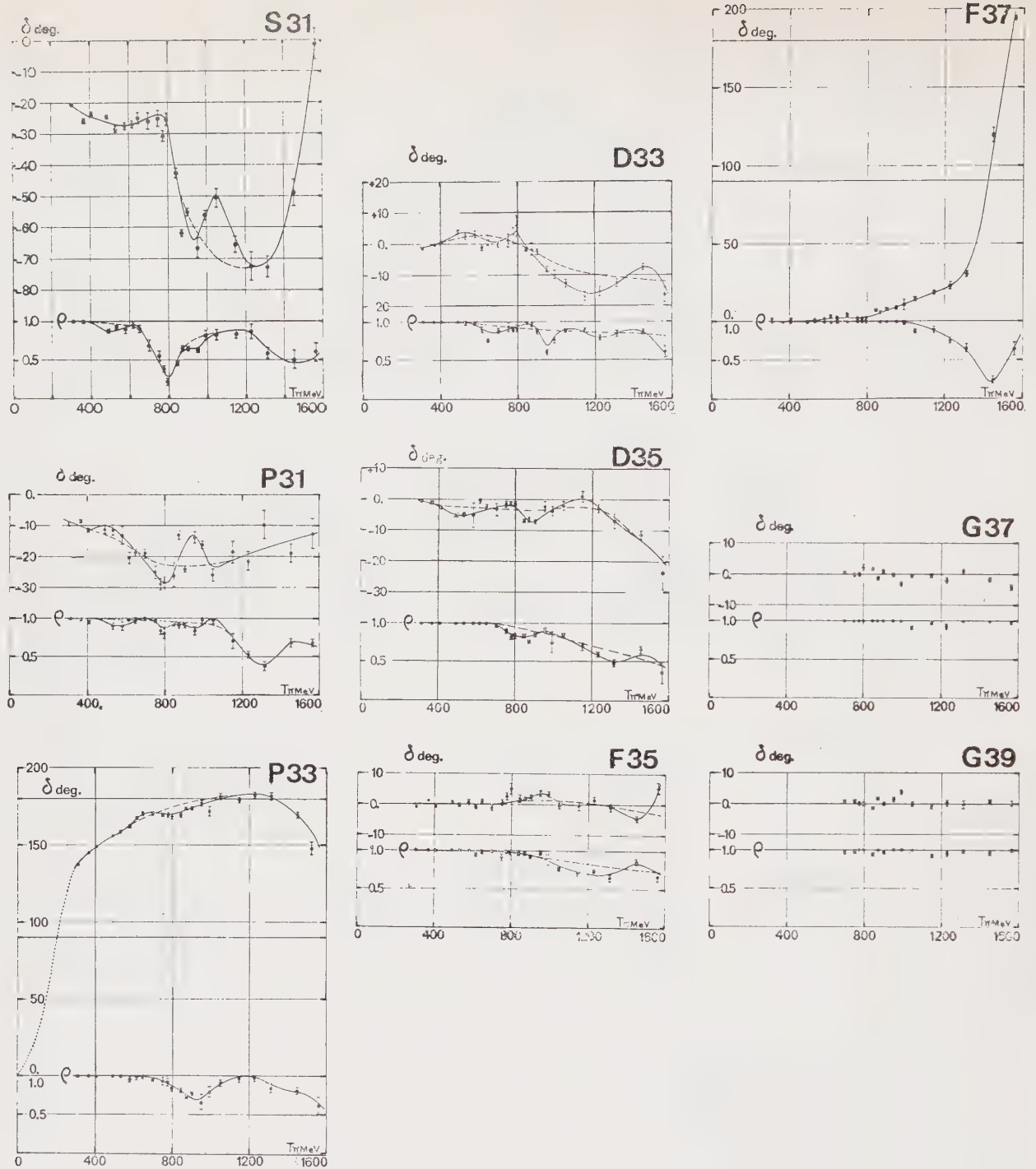


Fig. 13 Déphasages et paramètres d'inélasticité pour la solution finale dans l'état d'isospin $3/2$.

Le tracé continu (solution A) provient d'un lissage manuel effectué sur les parties réelle et imaginaire des amplitudes partielles.

Le tracé en pointillés correspond à la solution B (voir chapitre IV).

Pour P_{33} en dessous de 300 MeV, le tracé correspond aux valeurs de la solution du CERN [15].

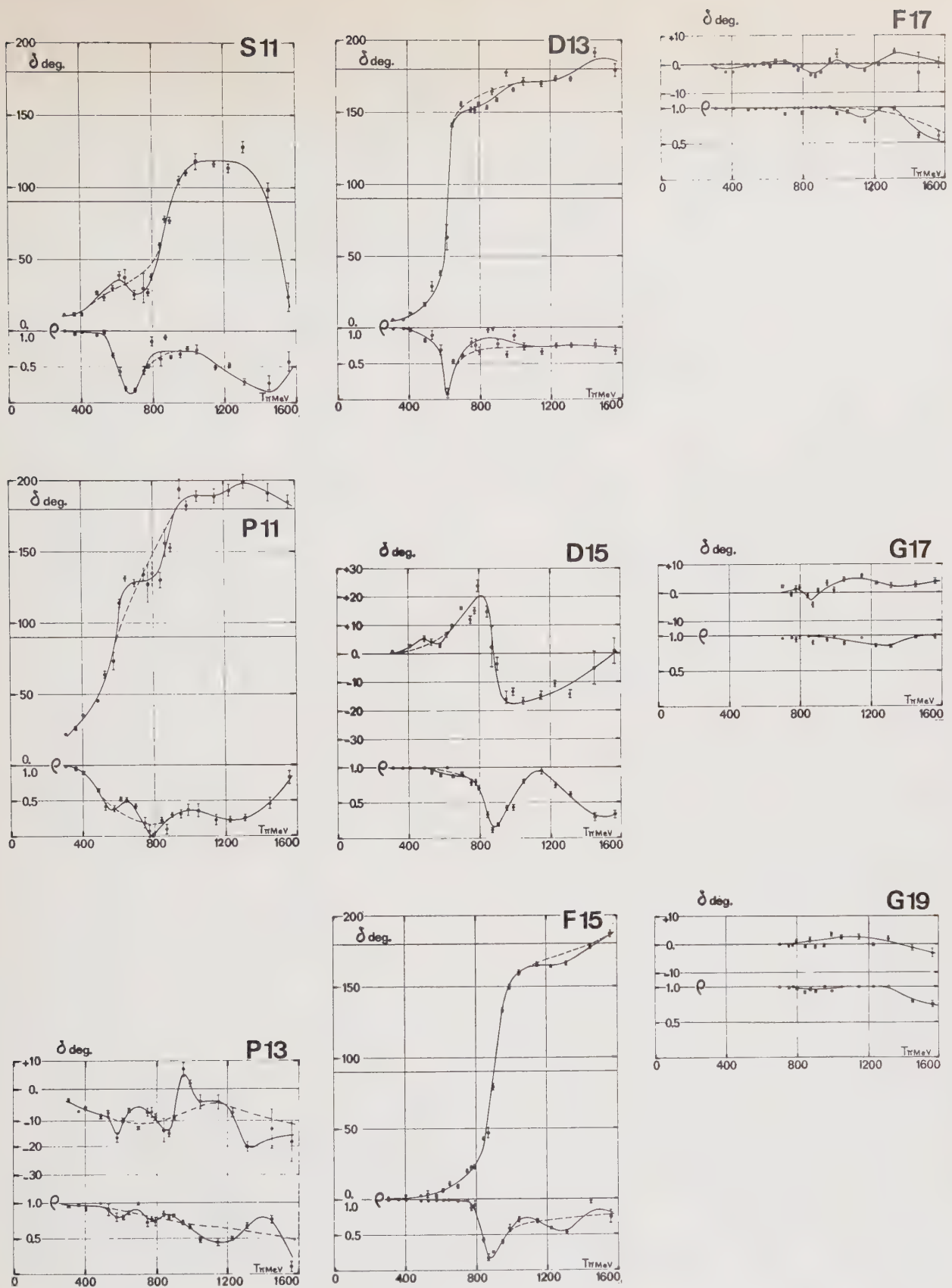


Fig. 14

Déphasages et paramètres d'inélasticité pour la solution finale dans l'état d'isospin $1/2$.

Le tracé continu (solution A) provient d'un lissage manuel effectué sur les parties réelle et imaginaire des amplitudes partielles.

Le tracé en pointillés correspond à la solution B (voir chapitre IV).

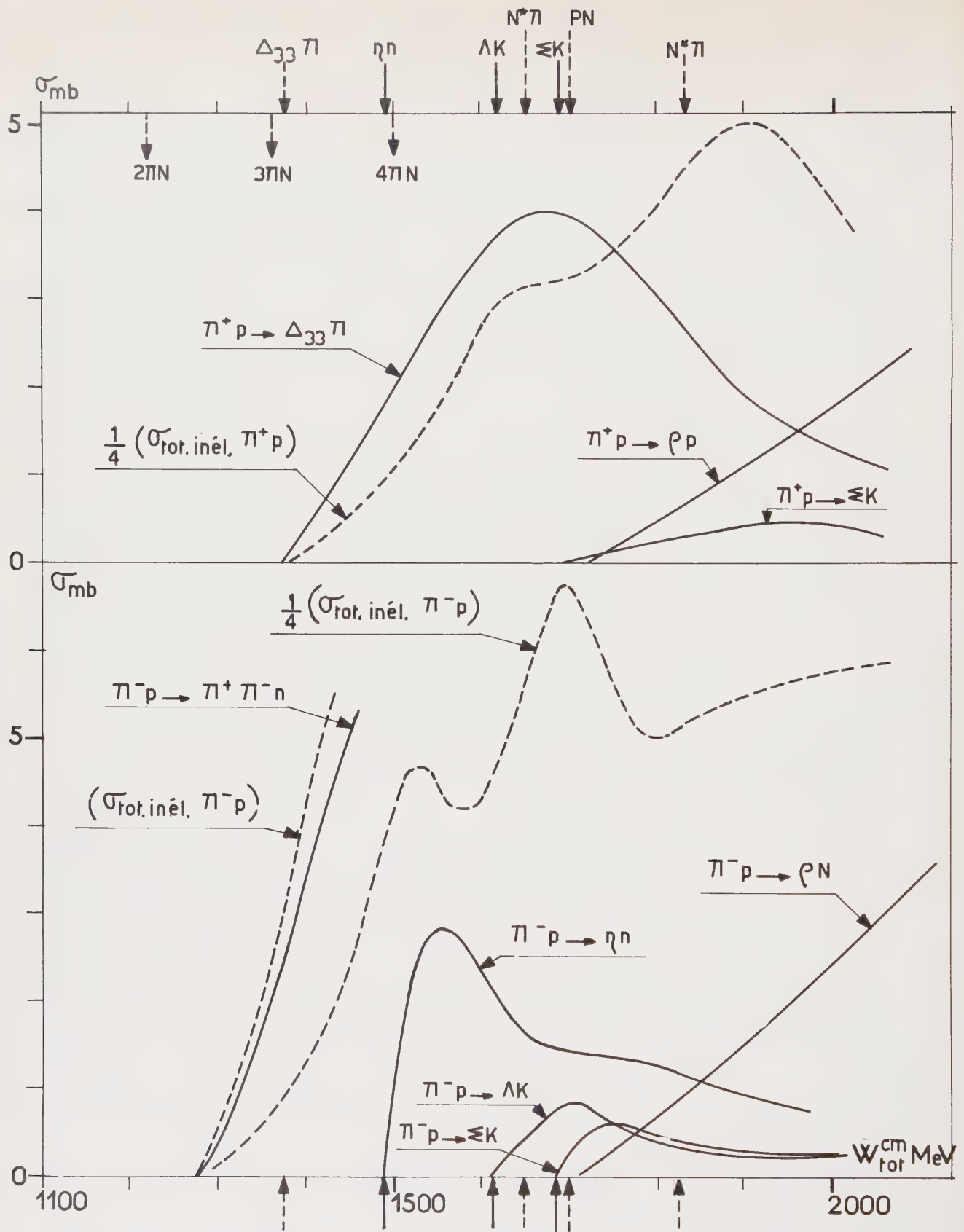


Fig. 15

Sections efficaces inélastiques π -nucléon donnant deux ou trois particules. Les seuils correspondants des réactions sont indiqués par des flèches.

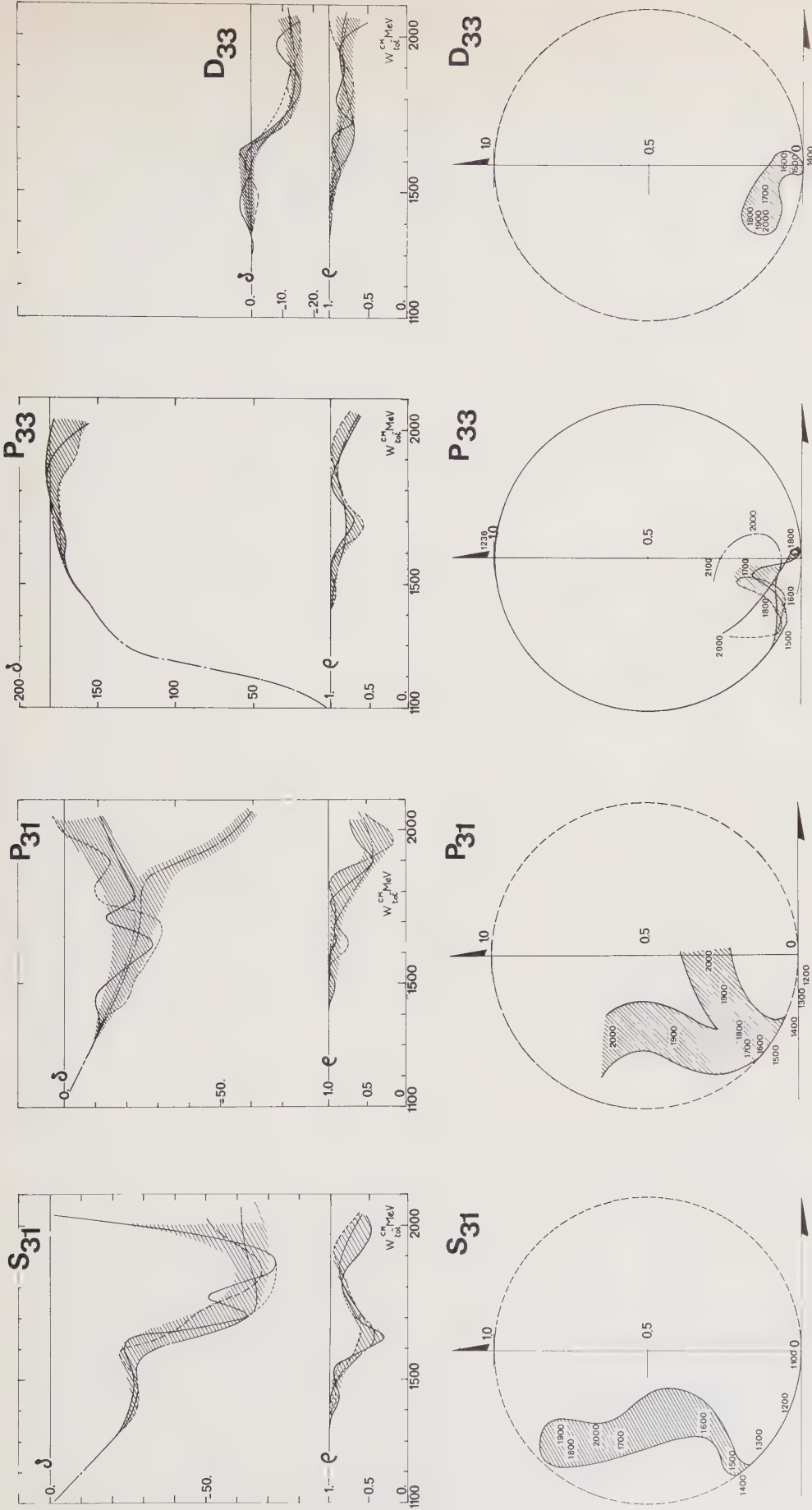


Fig. 16

Comparison des déphasages et paramètres d'inélasticité des ondes S_{31} , P_{31} , P_{33} et D_{33} pour les trois analyses les plus récentes : CERN [15] (trait mixte), Berkeley [19] (trait pointillé) et Saclay [18] (trait continu). Les contours du tracé dans le plan complexe correspondent à la zone ombrée du tracé des déphasages et paramètres d'inélasticité.

Les nombres indiqués sont les masses du système π -nucléon, portées de 100 en 100 MeV.

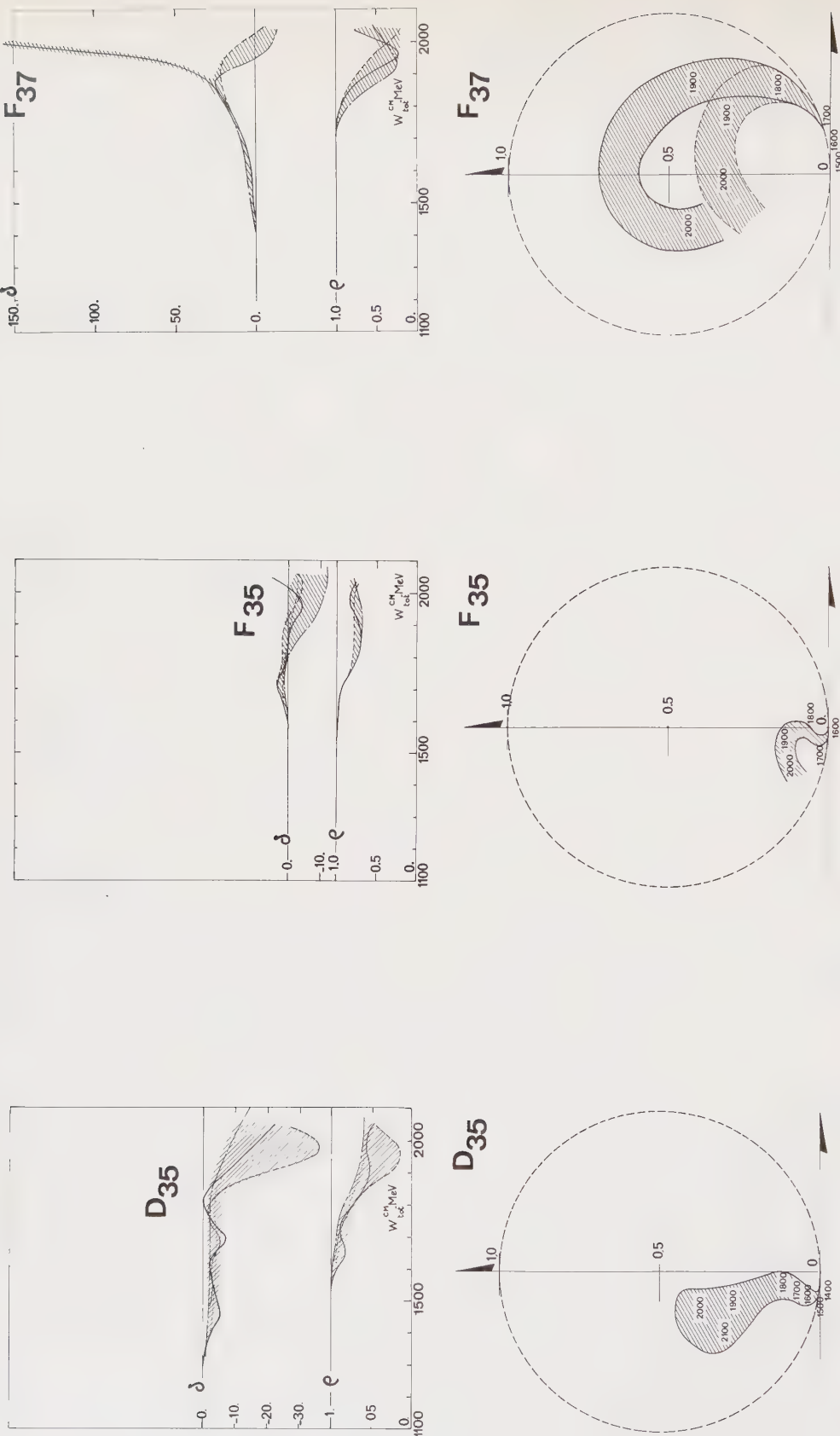


Fig. 17 Môme chose que la figure 16 pour les ondes D_{35} , F_{35} et F_{37} .

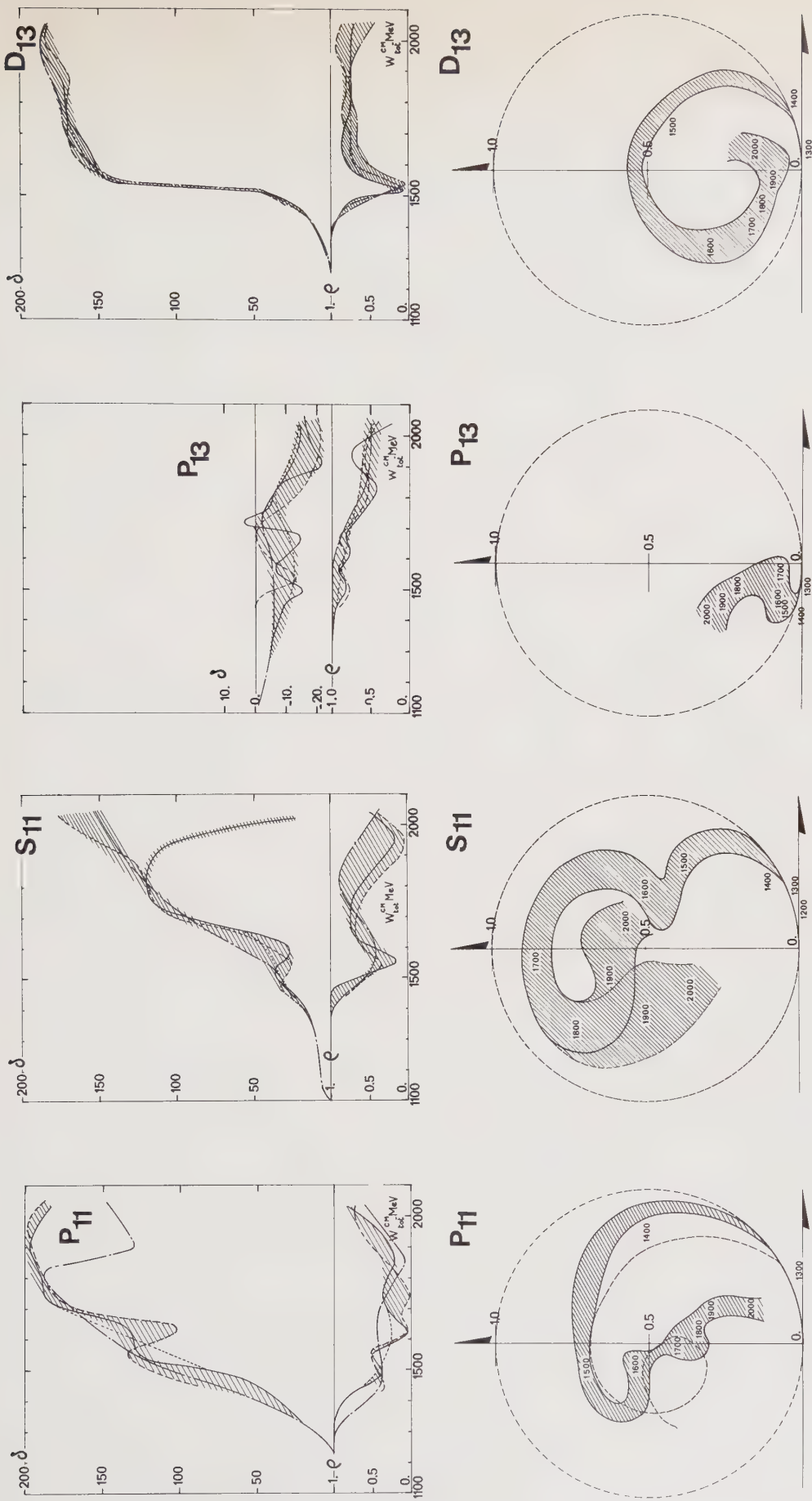


Fig. 18 Même chose que la figure 16 pour les ondes S_{11} , P_{11} , P_{13} , D_{13} .

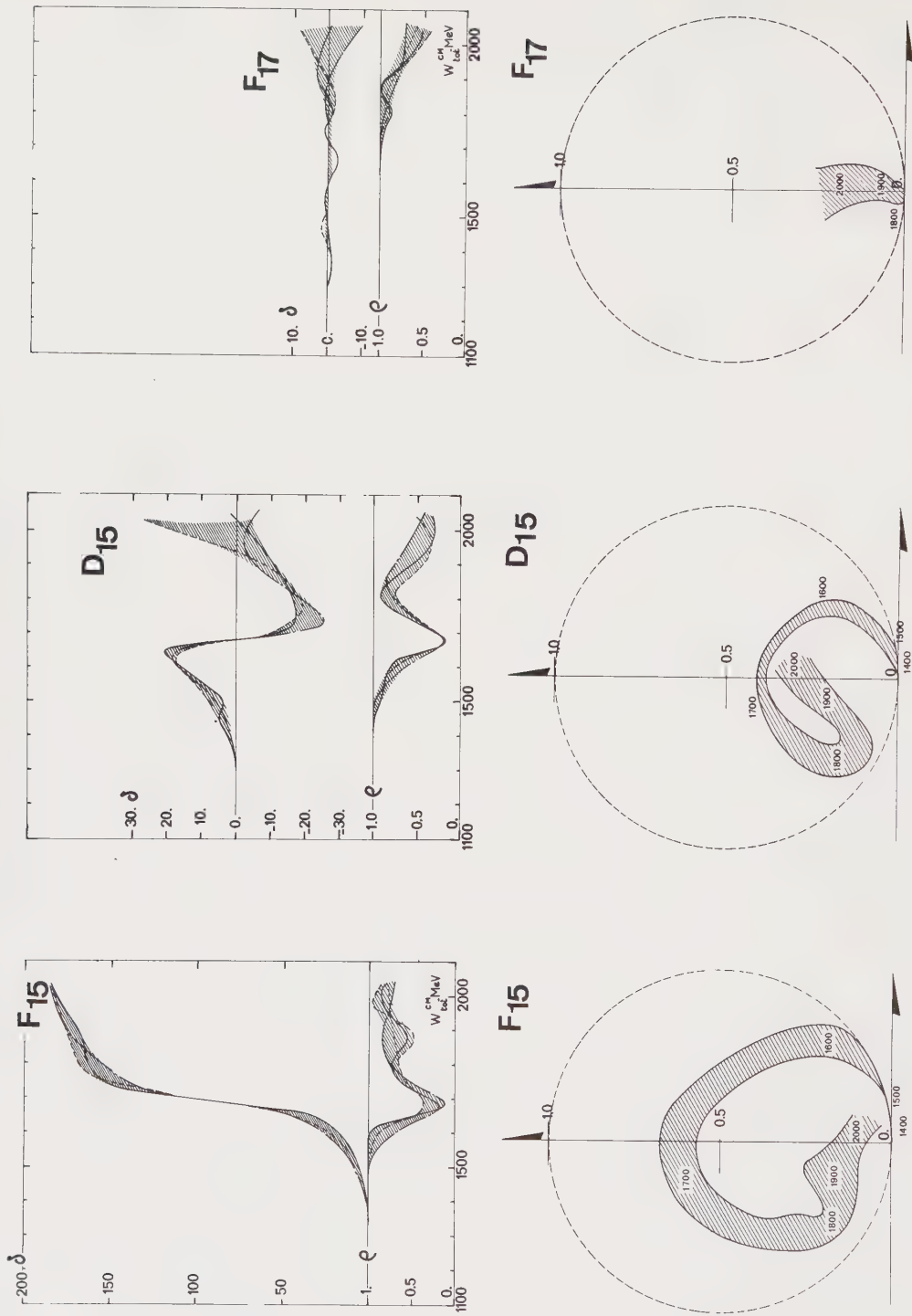


Fig. 19 Môme chose que la figure 16 pour les ondes D_{15} , F_{15} et F_{17} .

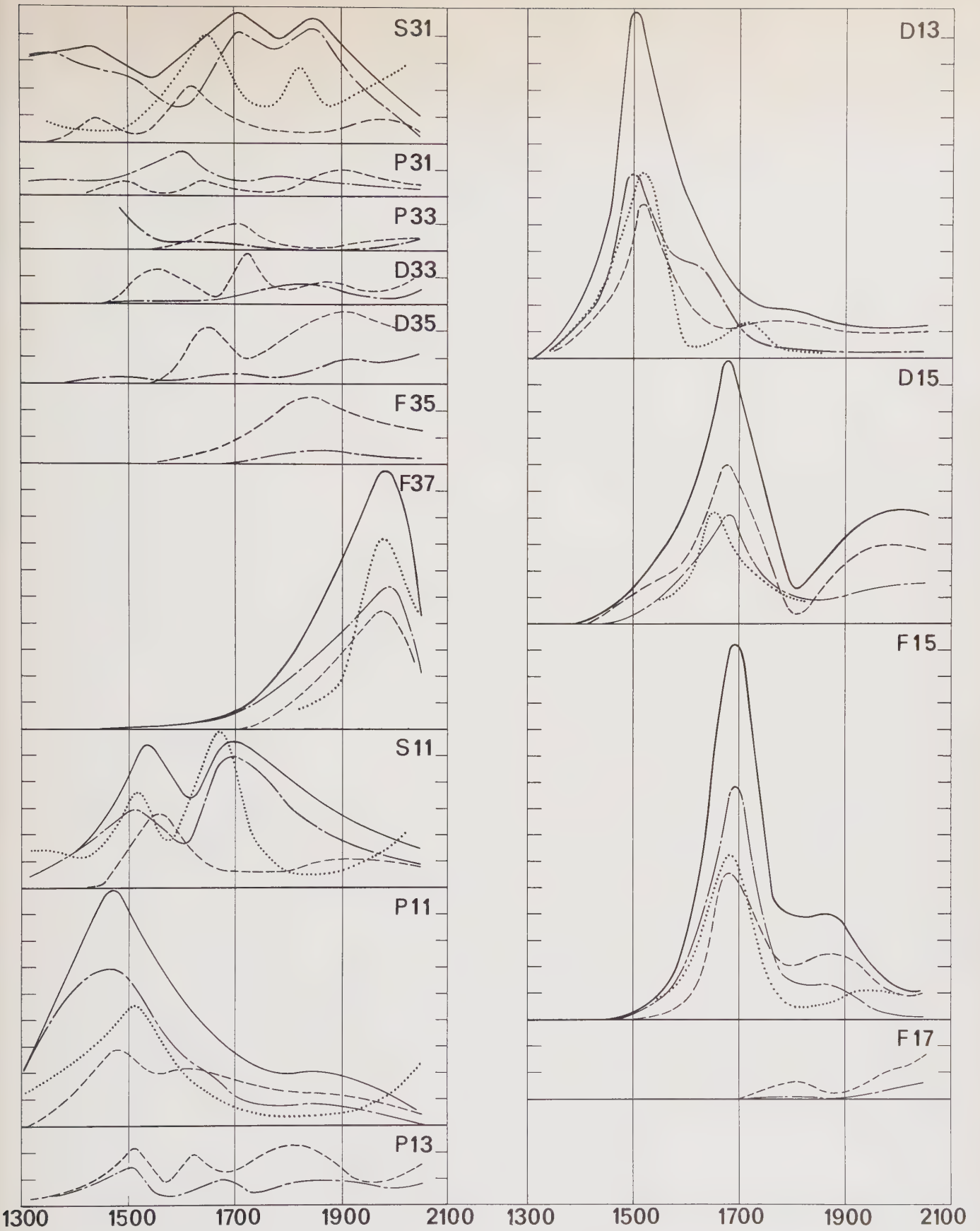


Fig. 20 Sections efficaces partielles calculées à partir de la solution A (tableaux III et IV).

σ_{tot} (trait continu), σ_{el} (trait mixte)

$\sigma_{\text{inél}}$ (trait pointillé).

L'unité pour les ordonnées est égale à 2 mb.

Le module de la vitesse avec l'énergie de l'amplitude $\vec{a}_j$ est aussi représenté (trait pointillé court).

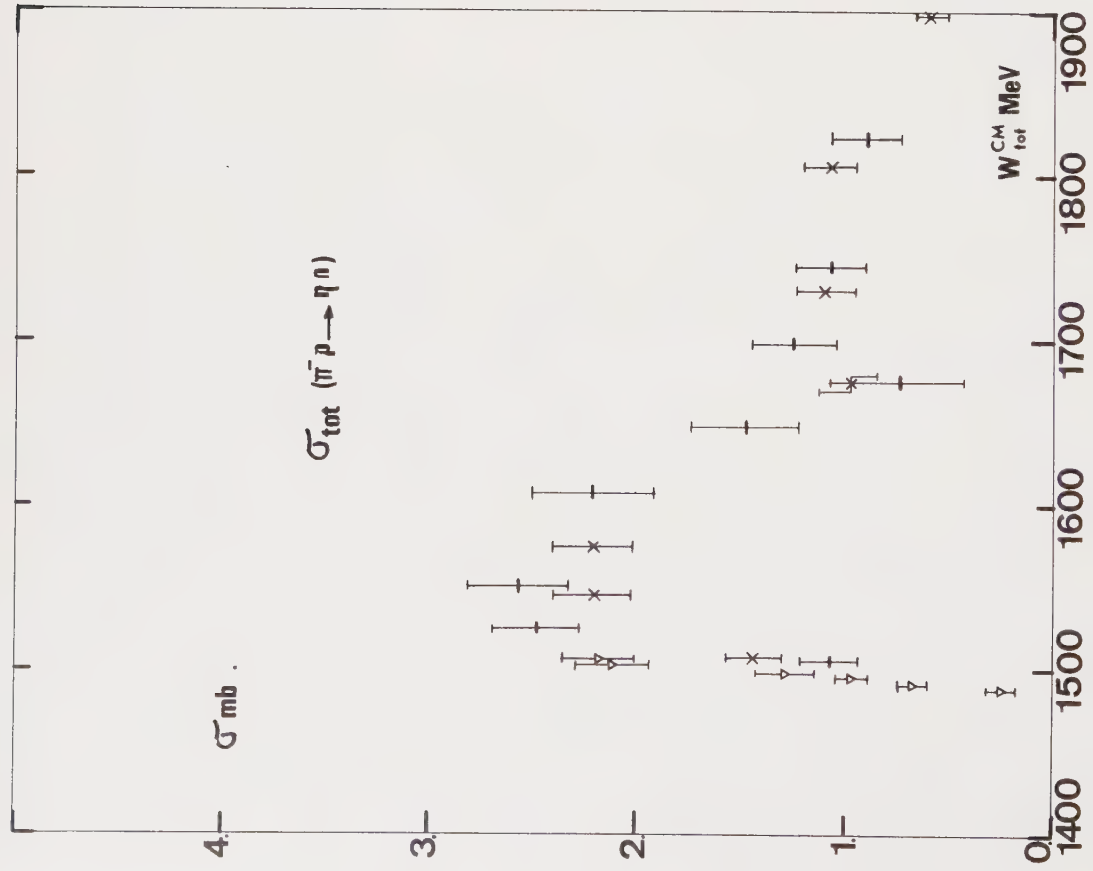
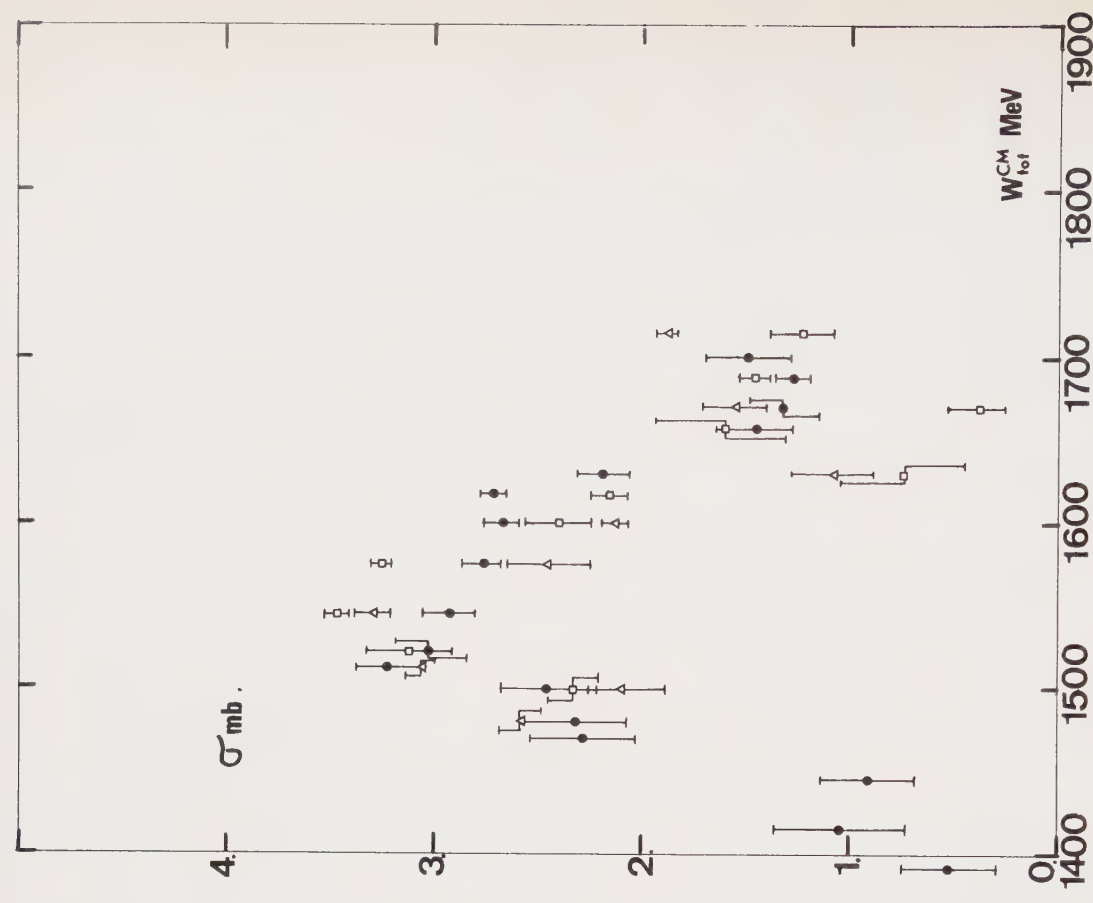


Fig. 21 a) Section efficace totale de la réaction $\pi^- p \rightarrow \eta n$
 Les mesures proviennent de $\left\{ \begin{array}{l} + [18E] \\ \times [34] \\ \nabla [36] \end{array} \right\}$



b) $\frac{2}{3} \times$ (section efficace inélastique de l'onde S_{11}) calculée d'après les analyses en déphasages
 $\left\{ \begin{array}{l} \Delta \text{ Saclay } [18b] \\ o \text{ CERN } [15] \\ \square \text{ Berkeley } [19] \end{array} \right\}$

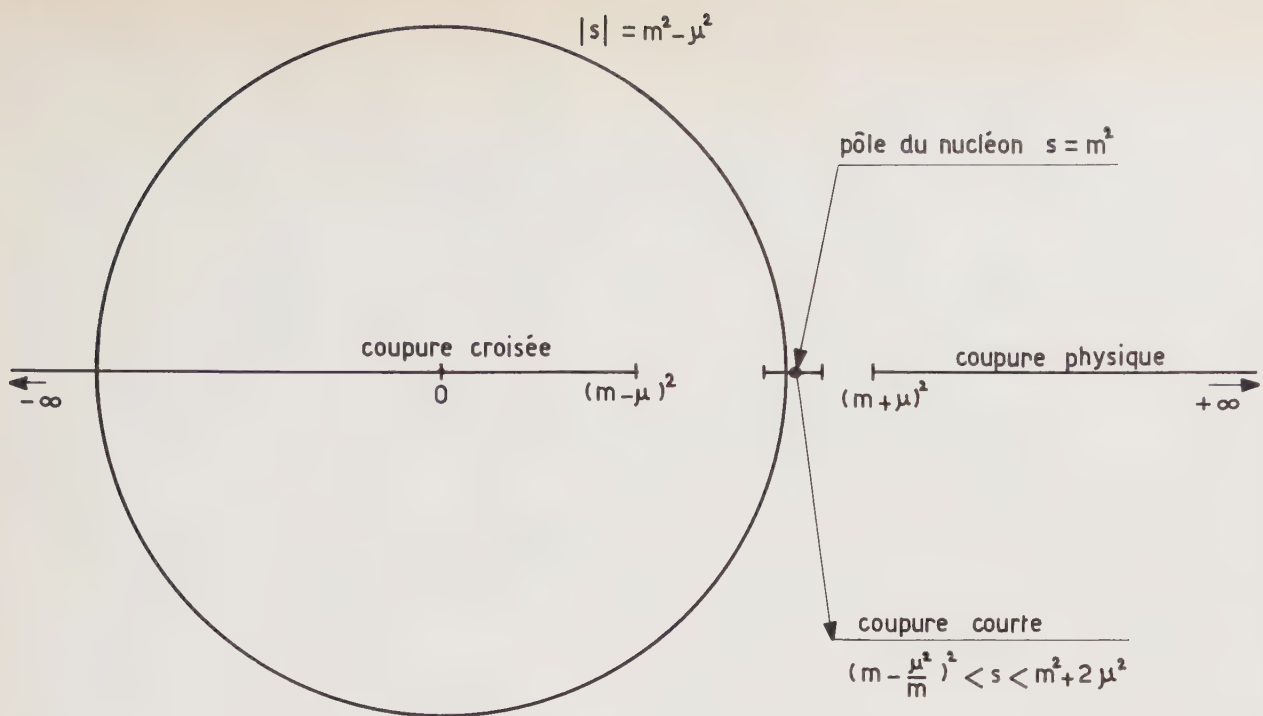


Fig. 22 Singularités des amplitudes partielles

$$f_{\ell, j}(s) = \frac{1}{q} a_{\ell, j}(s)$$

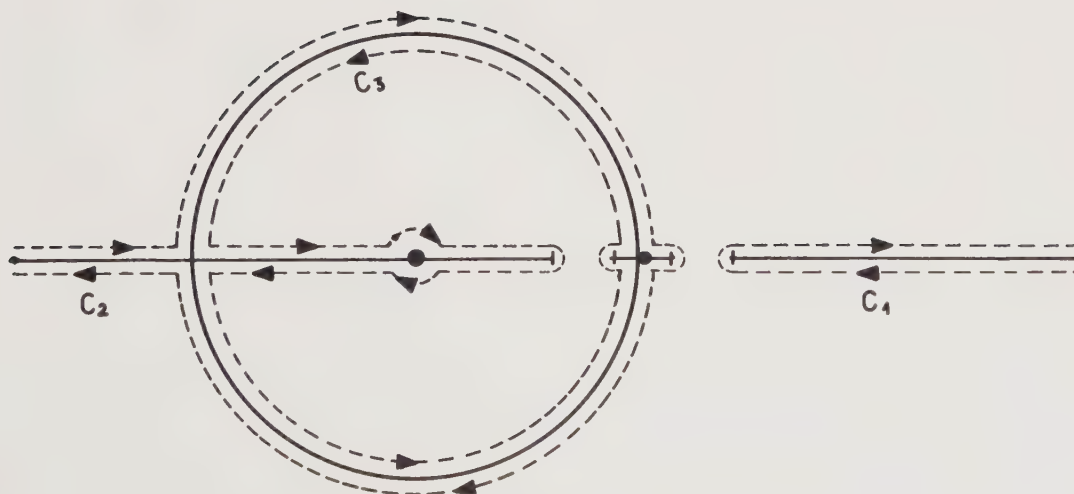


Fig. 23 Contours d'intégration de la formule de Cauchy (page).

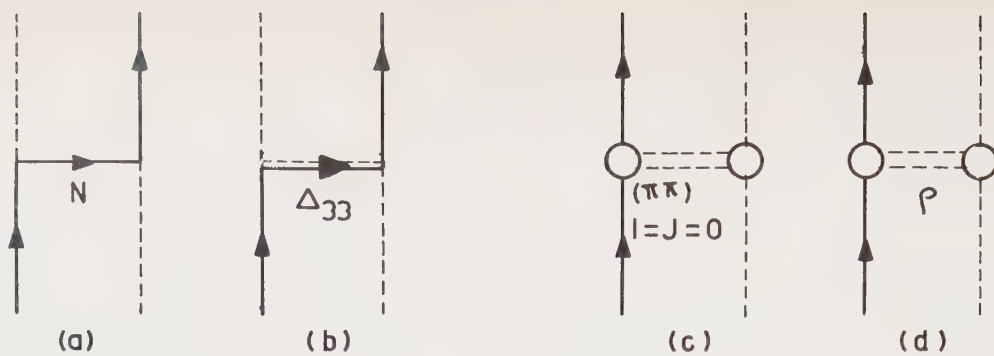


Fig. 24 Diagrammes d'échange :

- a) du nucléon
- b) de l'isobare Δ_{33}
- c) d'un méson $(\pi\pi)_{I=J=0}$
- d) du méson ρ .

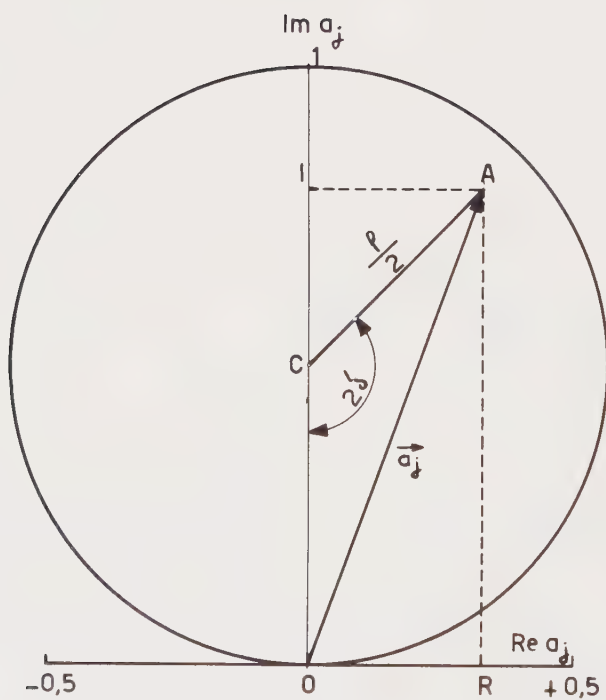


Fig. 25 Relation, dans le plan complexe, entre l'amplitude partielle et les paramètres δ et ρ .

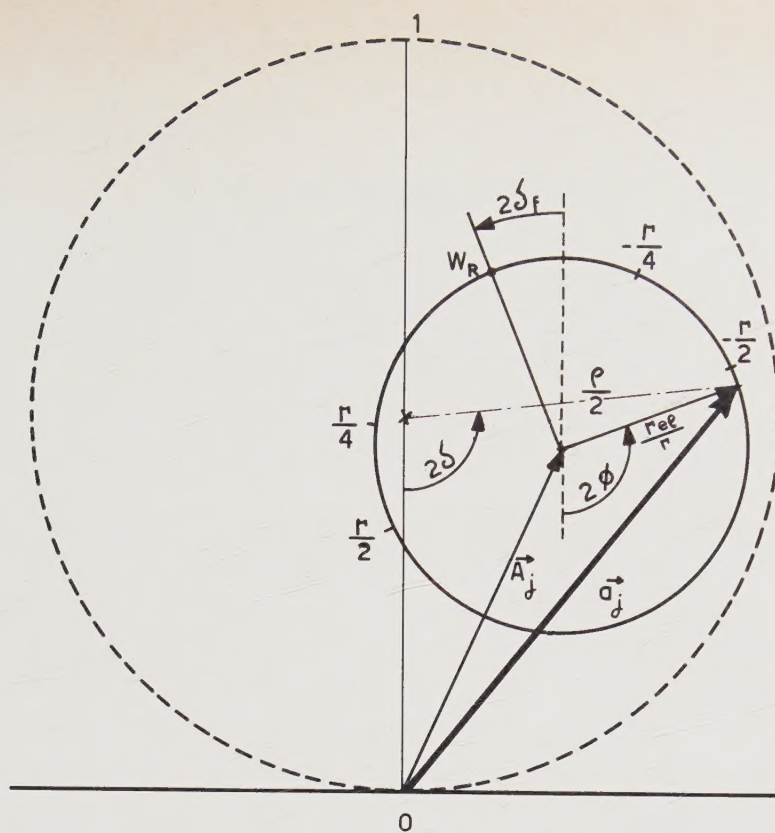


Fig. 26 Représentation dans le plan complexe des paramètres de l'amplitude partielle $\vec{a}_j(W)$. (voir le texte pour la définition des paramètres).

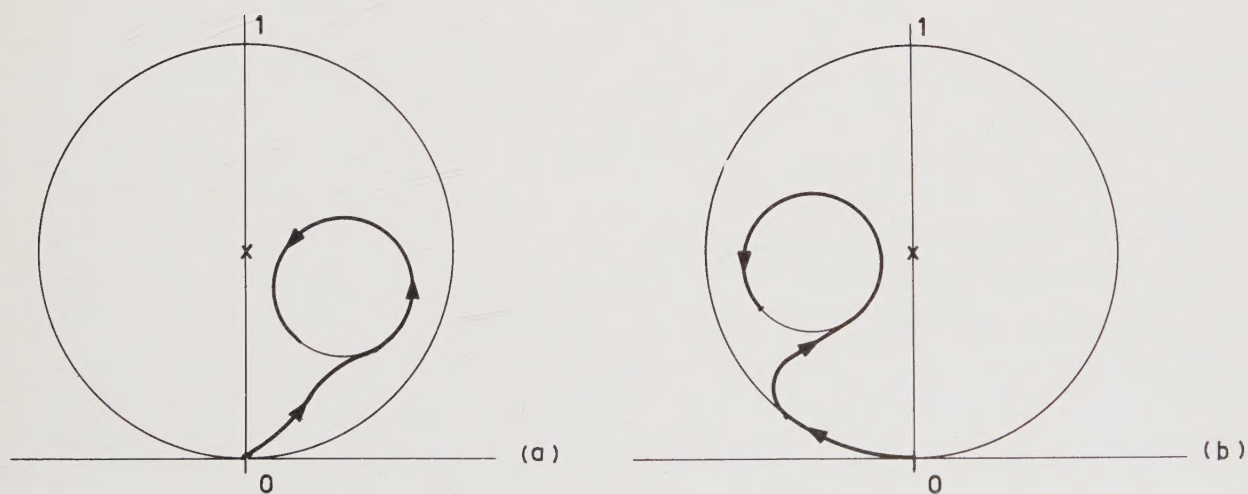


Fig. 27 Variation dans le plan complexe d'une amplitude résonnante de faible élasticité qui se superpose à :

- a) un fond fortement attractif,
- b) un fond fortement répulsif.

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

VU

LE PRESIDENT DU JURY

A. BERTHELOT

VU ET APPROUVE

ORSAY, LE 20 MAI 1968

LE DOYEN DE LA FACULTY DES SCIENCES

D'ORSAY

G. POITOU

VU

ET PERMIS D'IMPRIMER

LE RECTEUR DE L'ACADEMIE

DE PARIS

Jean ROCHE

IMPRIMERIE LOUIS-JEAN

Publications scientifiques et littéraires

TYPO - OFFSET

05 - GAP - Téléphone 14.23.14.24

Dépot légal n° 385 1969

